В.П. Соколовская

# ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Рекомендовано учреждением образования «Республиканский институт профессионального образования» в качестве пособия для учащихся технических специальностей учреждений, обеспечивающих получение среднего специального образования



Минск «Вышэйшая школа» 2010 Рецензенты: цикловая комиссия общетехнических дисциплин Технологического колледжа УО «Гродненский государственный университет им. Янки Купалы» (Л.Б. Дробышева); заведующий кафедрой «Теоретическая механика» Белорусского национального технического университета доктор физико-математических наук, профессор А.В. Чигарев

Выпуск издания осуществлен по заказу Республиканского института профессионального образования и при финансовой поддержке Министерства образования Республики Беларусь.

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства.

ISBN 978-985-06-1878-8

#### ПРЕДИСЛОВИЕ

Стремительное развитие науки, техники, обновление технологий, внедрение новых материалов и конструкций требуют от выпускников учебных заведений умения быстро адаптироваться к новым условиям, самостоятельно пополнять свои знания, ориентироваться в бурном потоке технической информации.

Специалисты среднего технического звена должны владеть не только знаниями, но и умениями. Практические навыки учащиеся приобретают в лабораториях и мастерских, знакомясь с лабораторным оборудованием, машинами и приборами. Лабораторные занятия позволяют освоить технику эксперимента, прививают навыки общения с аппаратурой и измерительными приборами, учат использовать теоретические знания, вырабатывают умение анализировать, обобщать и оформлять результаты испытаний, требуют большей активности и самостоятельности, положительно влияют на понимание нового материала, способствуют его конкретизации и уточнению.

Для наиболее эффективного использования времени, отводимого на проведение лабораторных работ, учащиеся должны готовиться к ним заранее, отчетливо представлять цель работы, ее теоретические основы, принципы действия испытательных машин и приборов. Подготовленность учащихся к проведению работы необходимо контролировать. Допуск к работе получает лишь тот, кто усвоил содержание и необходимый минимум теории. Для этого используются различные формы контроля: устный опрос, письменная контрольная работа, контроль с помощью TCO.

Пособие содержит лабораторные работы по трем разделам технической механики: теоретической механике, сопротивлению материалов, деталям машин.

В разделе 1 приведены работы по статике, кинематике и динамике; даны не только теоретические расчеты и графические построения, но и экспериментальное определение отдельных характеристик, что позволяет сравнить результаты, полученные теоретическим и опытным путями. Целесообразно начинать с выполнения расчетной и графической частей ряда работ (дома), а в аудитории провести лишь практическую часть (реакции связей, центр тяжести). Если результаты, полученные теоретическим и опытным путем, не совпадают, учащийся должен найти ошибку в своих вычислениях.

Лабораторные работы по сопротивлению материалов (раздел 2) знакомят учащихся с методами опытного определения механических свойств материалов, позволяют проверить экспериментальным путем правильность принятых гипотез и допущений при выводе основных теоретических зависимостей курса и закрепить теоретические сведения.

Учащиеся знакомятся с конструкцией и работой испытательных машин и измерительных приборов, приобретают навыки, необходимые для проведения экспериментальных исследований.

При изучении раздела 3 «Детали машин» учащиеся получают основные сведения, необходимые для проектирования, изготовления и эксплуатации деталей, сборочных единиц машин и механизмов общего назначения.

Автор

#### КУЛЬТУРА ТРУДА И ТРЕБОВАНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ

В процессе проведения лабораторных занятий у учащихся формируются и совершенствуются трудовые навыки культуры труда. Они вырабатываются незаметно и только при условии, что учащийся выполняет любую работу осмысленно, используя наиболее быстрые и безопасные приемы. Культура труда начинается с порядка на рабочем месте, продуманной раскладки деталей и инструмента, проявляется в бережном использовании книги, плаката и других пособий, а также измерительных инструментов и приборов.

Учащиеся должны строго выполнять следующие общие правила техники безопасности при работе в лаборатории.

1. Не включать установки без разрешения преподавателя или его помощника (лаборанта).

2. Перед включением установки убедиться в надежности заземления, соответствии подводимого напряжения паспортным данным установки.

3. При обнаружении неисправности в работе установки немедленно обесточить систему и сообщить преподавателю.

4. Подтяжка соединений, токопроводников на работающей установке запрещается.

5. По окончании работы установка должна быть обесточена центральным рубильником и приведена в исходное положение.

6. Все разборочные и сборочные операции следует выполнять в строгой последовательности, установленной для данного устройства.

7. Запрещается работать неисправным или изношенным инструментом.

8. В лаборатории запрещено перемещение, не предусмотренное планом выполнения работы; каждый учащийся находится на своем рабочем месте.

Перед началом лабораторного практикума учащиеся получают инструктаж по технике безопасности в лаборатории на конкретном рабочем месте.

### РАЗДЕЛ 1

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Теоретическая механика — это наука, в которой изучаются общие законы механического движения и механического взаимодействия материальных тел. Она служит базой других разделов механики (сопротивление материалов, теория упругости, теория пластичности, теория механизмов и машин, гидроаэродинамика) и многих технических дисциплин.

Теоретическая механика является научной основой важнейших областей техники. Все технические расчеты при постройке различных сооружений, проектировании машин, исследования по теории паллета ракет, реактивных самолетов, спутников Земли и космических кораблей основаны на законах теоретической механики.

Раздел теоретической механики состоит из трех частей.

*Статика* изучает методы преобразования систем сил в эквивалентные системы и устанавливает условия равновесия сил, приложенных к твердому телу.

*Кинематика* изучает движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения, вне связи с силами, вызывающими это движение.

*Динамика* изучает движение тел в пространстве в зависимости от действующих на них сил.

## ////

#### Лабораторная работа № 1.1. Расчетные схемы балок и определение реакций их опор

Цель работы: ознакомиться с устройством опор балок, составить расчетные схемы балок и определить реакции их опор.

#### Теоретическое обоснование

В машинах и сооружениях очень часто встречаются так называемые балочные системы. Они предназначены в основном для восприятия нагрузок, поперечных относительно их оси. В балочных системах делают специальные опорные устройства для сопряжения их с другими элементами. Различают следующие типы опор балок.

1. Шарнирно-подвижная опора (рис.1.1, *a*, *б*, *в*) допускает поворот вокруг оси шарнира и линейное перемещение на незначительное расстояние параллельно опорной плоскости. Для этой опоры известны точка приложения опорной реакции — центр шарнира и направление ее по нормали к опорной поверхности (если пренебречь трением катков).



Рис. 1.1. Схема шарнирно-подвижной опоры

Таким образом, остается одна неизвестная — величина опорной реакции  $\overline{R}_A$ . Схематическое изображение шарнирно-подвижной опоры показано в соответствии с ЕСКД ГОСТ 2.770-68 «Обозначения условные графические в схемах». Следует отметить, что опорная поверхность шарнирно-подвижной опоры может быть наклонной (см. рис. 1.1, *в*). Реакция  $\overline{R}_B$  в этом случае также является наклонной, так как она перпендикулярна к опорной поверхности.

2. Шарнирно-неподвижная опора (рис. 1.2, *a*) допускает поворот вокруг оси шарнира, но не допускает никаких линейных перемещений. В данном случае известна только точка приложе-



Рис. 1.2. Схема шарнирно-неподвижной опоры

ния опорной реакции — центр шарнира; направление и величина опорной реакции неизвестны. Поэтому вместо полной реакции шарнирно-неподвижной опоры находят две взаимно перпендикулярные составляющие  $\overline{R}_{4v}$  и  $\overline{R}_{4z}$ 

Схематическое изображение шарнирно-неподвижной опоры по ЕСКД ГОСТ 2.770-68 показано на рис. 1.2, б.

3. Жесткая заделка (защемление) (рис. 1.3, *a*, *б*) не допускает ни линейных перемещений, ни поворота. Неизвестными в данном случае являются не только величина и направление реакции, но и точка ее приложения. Таким образом, для определения опорной реакции следует найти три неизвестные: составляющие  $\overline{R}_{Cz}$  и  $\overline{R}_{Cy}$  и реактивный момент  $M_C$  относительно центра тяжести опорного сечения. На рис. 1.3, *б*, дано схематическое изображение жесткой заделки.



Рис. 1.3. Схема опоры с жестким защемлением

Равновесие балки под действием любой системы внешних сил, расположенных в одной плоскости, может быть обеспечено жесткой заделкой или двумя опорами: шарнирно-подвижной и шарнирно-неподвижной.

На рис. 1.4 показана балка, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q, сосредоточенными силами  $\overline{F_1}$  и  $\overline{F_2}$  и парой сил, момент которой равен M. Для та-



Рис. 1.4. Схема нагружения балки

ких двухопорных балок рекомендуется реакции опор балок определять с помощью трех уравнений равновесия:

$$\sum M_A = 0$$
,  $\sum M_B = 0$ ;  $\sum F_{iz} = 0$ .

Первые два уравнения представляют собой равенства нулю алгебраических сумм моментов относительно точек A и B, центров шарниров опор балок; третье уравнение — равенство нулю алгебраической суммы проекции на ось z. Ось z совпадает с продольной осью балки.

Для определения опорных реакций балок с жестким защемлением применяется следующая форма трех уравнений равновесия:

$$\sum F_{iz} = 0, \ \sum F_{iy} = 0, \ \sum M_C = 0.$$

При аналитическом методе определения реакций опор балок целесообразно соблюдать последовательность действий, представленную нижеследующим алгоритмом.

1. Выделить тело, равновесие которого надо рассмотреть.

2. Изобразить расчетную схему: условно обозначить опоры и заданные силы.

3. Изобразить на схеме векторы реакций, отбросив предварительно опоры (связи).

4. Провести оси координат так, чтобы одна из осей прошла по оси балки.

5. Составить уравнения равновесия.

///

6. Решить уравнения равновесия и определить неизвестные силы:  $R_4$ ,  $R_{B_{12}}$ ,  $R_{B_{22}}$ .

7. Проверить правильность решения по уравнению равновесия, которое не было использовано при решении задачи.

#### Испытательное оборудование

Экспериментально опорные реакции балок можно определить на специальной установке, позволяющей воспроизводить заданную систему сил, приложенную к балке, а реакции опор фиксировать силоизмерительными приборами (рис. 1.5).

Балка 2, опорные реакции которой определяют, опирается на две опоры (шарнирно-подвижную 4 и шарнирно-неподвижную 8). С помощью блока 7, грузов 5 и 6 и винтов 9 можно в лю-



Рис. 1.5. Установка для определения опорных реакций балки

бой точке оси балки прикладывать силы под углом  $\beta$ , направленные перпендикулярно оси балки. Балка опирается на резиновые кольца, наполненные цветной жидкостью. Значение реакций опоры соответствует высоте столбика окрашенной жидкости в трубках *I* и *3*. Трубка *I* может поворачиваться вокруг оси неподвижной опоры *B*. Угол отклонения оси трубки от вертикали соответствует направлению реакции неподвижной опоры. Трубка *3* связана с подвижной опорой *A* и направлена перпендикулярно опорной плоскости.

#### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Расчетная схема балки. Исходные данные:

$$F_1 = \dots; F_2 = \dots; a/l = \dots; b/l = \dots; \beta = \dots$$

2. Вычисление значений  $\bar{R}_A$ ,  $\bar{R}_{Bz}$ ,  $\bar{R}_{By}$  по уравнениям и проверка найденных значений.

Полная величина реакции  $R_B = \sqrt{R_{Bz}^2 + R_{By}^2}$ .

Угол наклона tg $\beta = \frac{R_{Bz}}{R_{By}}; \beta = \dots$ .

3. Опытное определение реакций опор:  $R_{Aex}$ ;  $R_{Bex}$ ;  $\beta_{ex}$ .

4. Сравнение результатов определения реакций, полученных теоретически и экспериментально:

$$\delta = \frac{R_{At} - R_{Aex}}{R_{At}} 100\%; \ \delta = \frac{R_{Bt} - R_{Bex}}{R_{Bt}} 100\%.$$

#### Контрольные вопросы

1. Как формулируются условия равновесия плоской системы сил?

2. Какие виды нагрузок и какие виды опор балочных систем вы знаете?

3. Как формулируются условия равновесия плоской системы параллельных сил?

4. Почему в шарнирных опорах балок возникают только реактивные силы, а в заделке, кроме того, и реактивный момент?

#### Карточки-задания

Консольная балка нагружена так, как показано на схемах. Определить реакции жесткой заделки, опираясь на исходные данные, представленные в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Варианты	<i>G</i> , кН	<i>q</i> , кН/м	М, кН∙м	<i>F</i> , кН	α, град	<i>l</i> <sub>1</sub> , м	<i>l</i> <sub>2</sub> , м	<i>l</i> <sub>3</sub> , м	<i>l</i> , м
1	5	2	4	6	20	1	3	1	6
2	6	2	4	6	40	2	3	2	6
3	7	2	4	6	60	3	5	3	8
4	3	4	2	2	0	2	6	4	5
5	9	2	4	6	50	4	5	5	10
6	10	2	3	6	15	3	5	6	10
7	10	3	3	8	35	2	5	7	10
8	9	3	3	8	70	1	3	8	12
9	3	4	2	2	0	2	6	4	5
10	2	2	4	1	0	1	3	6	5























#### Практическая работа № 1.1. Решение задач на равновесие

Цель работы: систематизировать и закрепить знания по темам «Плоская система сходящихся сил» и «Плоская система произвольно расположенных сил»; освоить методы решения задач на равновесие тел под действием сходящихся, параллельных и произвольно расположенных сил, развить навыки и умения решения задач; определить реакции опор двухопорных и консольных балок; развить умения проверять решение задач.

Задание: определить усилия в шарнирно-стержневой системе; определить реакции опор.

#### Теоретическое обоснование

Твердое тело называется **свободным**, если оно может перемещаться в пространстве в любом направлении. Твердое тело называется несвободным, если его перемещение в пространстве ограничено какими-либо другими телами. Все тела, которые так или иначе ограничивают перемещение данного тела, называют его связями. В природе нет абсолютного покоя, и тела, стремясь перемещаться в пространстве под действием внешних сил, сами действуют на препятствующие этому перемещению связи, вызывая в них равные по модулю, но противоположно направленные реакции связей.

В статике и сопротивлении материалов рассматривают состояние равновесия несвободных тел, опирающихся на неподвижные опоры или закрепленных в определенных точках. Возникающие в этих случаях реакции связей иначе называют *опорными реакциями* или *реакциями опор*.

В плоских конструкциях (балках, рамах и т.д.) встречаются три основных типа опор: шарнирно-подвижная (см. рис. 1.1), шарнирно-неподвижная (см. рис. 1.2), жесткая заделка (см. рис. 1.3).

Шарнирно-подвижная опора допускает поворот вокруг оси шарнира и линейное перемещение параллельно опорной плоскости. Если пренебречь трением на опоре и в шарнире, то реакция такой связи будет направлена перпендикулярно опорной плоскости и неизвестна только по модулю (одна неизвестная). Шарнирно-неподвижная опора допускает только поворот вокруг оси шарнира и не допускает никаких линейных перемещений. Реакция такой опоры будет направлена перпендикулярно оси шарнира, модуль и направление ее заранее неизвестны (две неизвестные). Обычно при решении задач такую реакцию заменяют двумя взаимно перпендикулярными составляющими.

Жесткая заделка (защемление) не допускает ни линейных, ни угловых перемещений. Эту опору заменяют двумя взаимно перпендикулярными составляющими реактивной силы и реактивным моментом (три неизвестные, см. рис. 1.3, б). Реакции можно определять исходя из уравнений статики:

1) для консольных балок:

$$\sum M_A(\overline{F}_i) = 0; \quad \sum F_{iz} = 0; \quad \sum F_{iy} = 0;$$

2) для балок и рам, имеющих две опоры, рекомендуется использовать уравнения равновесия плоской системы произвольно расположенных сил (см. рис. 1.4). Последовательность определения реакций опор следующая:

$$\sum M_A(\overline{F}_i) = 0 \implies R_{By}$$
;  
 $\sum M_B(\overline{F}_i) = 0 \implies R_A$ ;  
 $\sum F_{iz} = 0 \implies R_{Bz}$ , если ось *z* не перпендикулярна *AB*.

Если при решении задачи реактивная сила или реактивный момент получаются отрицательными, то их действительное направление противоположно принятому.

Уравнение  $\sum F_{iv} = 0$  используется для контроля.

В общем случае нагружения тело испытывает действие сил, произвольно расположенных в пространстве. Для равновесия сил, расположенных как угодно в пространстве, необходимо и достаточно, чтобы порознь равнялись нулю суммы проекций всех сил на каждую из трех произвольно выбранных, но не лежащих в одной плоскости координатных осей и суммы моментов всех сил относительно каждой из трех таких осей.

Уравнения равновесия имеют вид:

$$\begin{split} \sum M_x(\overline{F_i}) &= 0; \quad \sum M_y(\overline{F_i}) = 0; \quad \sum M_z(\overline{F_i}) = 0; \\ \sum F_{ix} &= 0; \quad \sum F_{iy} = 0; \quad \sum F_{iz} = 0. \end{split}$$

В случае определения реакций тела, имеющего ось вращения, достаточно составить пять уравнений статики:

$$\sum F_{ix} = 0;$$
  

$$\sum F_{iy} = 0;$$
  

$$\sum M_x(\overline{F}_i) = 0;$$
  

$$\sum M_y(\overline{F}_i) = 0;$$
  

$$\sum M_z(\overline{F}_i) = 0.$$

Шестое уравнение,  $\sum F_{iz} = 0$ , обращается в тождество, так как проекции на ось *z* всех сил рассматриваемой системы равны нулю.

Совокупность сил, действующих на элементы конструкций, принято называть *нагрузками*. По отношению к объекту действия нагрузки являются внешними силами. Реакции опор также относятся к внешним силам. По способу приложения различают следующие виды нагрузок (см. рис. 1.4):

- сосредоточенная сила *F* (H, кH);

– распределенная нагрузка, характеризующаяся показателем интенсивности *q* (кН/м, Н/м);

- сосредоточенный момент (пара сил) *М* (Н·м, кН·м).

#### Методическое обеспечение

1. Карточки-задания.

2. Алгоритм определения реакций связей и реакций опор балок.

#### Алгоритм определения реакций связей

1. Выделить тело или узел, равновесие которого рассматривается в данной задаче.

2. Выделить все действующие на тело нагрузки (активные силы) и изобразить их в виде векторов с указанием точек приложения.

3. Освободить тело от связей, заменяя их реакциями, и изобразить эти реакции в виде векторов.

4. В зависимости от типа получившейся системы применить соответствующие условия равновесия и найти неизвестные. Универсальным является аналитический метод решения.

#### Алгоритм определения реакций опор балок

1. Составить расчетную схему балки (рамы) с указанием на-грузок и размеров:

заменить опоры реакциями опор;

— заменить распределенную нагрузку интенсивностью q одной сосредоточенной силой  $F_a = qa$ , кН.

2. Составить уравнения равновесия балки (рамы):

— двухопорной:  $\sum M_A(\overline{F_i}) = 0$ ;  $\sum M_B(\overline{F_i}) = 0$ ;  $\sum F_{iz} = 0$ , где *A*, *B* — точки опор; ось *z* не перпендикулярна *AB*;

- консольной:  $\sum M_A(\overline{F_i}) = 0$ ;  $\sum F_{iy} = 0$ ;  $\sum F_{iz} = 0$ , где A - точка в заделке.

3. Проверить правильность определения реакций:

— для двухопорных балок:  $\sum F_{iv} = 0;$ 

– для консольных балок:  $\sum M_B(\overline{F_i}) = 0.$ 

#### Примеры расчета

Пример 1. К шарниру *В* приложены силы  $F_1 = 40$  кН и  $F_2 = 20$  кН. Углы указаны на рис. 1.6,  $a (\alpha = 80^\circ; \beta = 20^\circ)$ . Определить усилия в стержнях *АВ* и *BC*, имеющих в точках *А*, *B* и *C* шарниры.

#### Решение

Рассмотрим равновесие шарнира B (рис. 1.6,  $\delta$ ). Освободимся от связей. Предположим, что оба стержня испытывают рас-



Рис. 1.6. Шарнирно-стержневая система

тяжение, и заменим их усилиями  $\bar{N}_A$  и  $\bar{N}_C$ . Таким образом, на шарнир действует уравновешенная система четырех сходящих сил  $\bar{F}_1$ ,  $\bar{F}_2$ ,  $\bar{N}_A$ ,  $\bar{N}_C$ . Ось *x* направим по неизвестной силе  $\bar{N}_C$ , и поэтому в уравнение проекций всех сил на ось *y* войдет лишь одна неизвестная. Покажем углы, образуемые силами с одной из осей координат:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad N_C + F_2 \cos 30^\circ + N_A \cos 50^\circ + F_1 \cos 60^\circ = 0;$$
  
$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_A \cos 40^\circ + F_2 \cos 60^\circ - F_1 \cos 30^\circ = 0.$$

Решая эти уравнения, находим N<sub>A</sub> и N<sub>C</sub>:

$$N_A = \frac{F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{40 \cdot 0,866 - 20 \cdot 0,5}{0,766} = 32,2 \text{ kH};$$
$$N_C = -(F_2 \cos 30^\circ + N_A \cos 50^\circ + F_1 \cos 60^\circ) =$$
$$= -(20 \cdot 0,866 + 32,2 \cdot 0,64 + 40 \cdot 0,5) = -57,9 \text{ kH}.$$

Для проверки составим уравнения проекций всех сил на ось  $y_1$ , направленную по неизвестной  $\bar{N}_A$ :

 $\sum F_{iy1} = 0 \ ; N_A + F_2 \cos 20^\circ + N_C \cos 50^\circ - F_1 \cos 70^\circ = 0$ (32,2 + 20 \cdot 0,94 + (-57,9) \cdot 0,643 - 40 \cdot 0,342 = 0); 51-51 = 0).

Усилия в стержнях АВ и ВС определены правильно.

Пример 2. На двухопорную одноконсольную балку, имеющую в точке A шарнирно-неподвижную опору, а в точке B шарнирно-подвижную опору, действуют сосредоточенные силы  $\overline{F_1}$  и  $\overline{F_2}$ , сосредоточенный момент m и равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q. Определить реакции опор (рис. 1.7).

#### Решение

Заменим распределенную нагрузку, действующую на участке балки DC длиной l = 8 м, равнодействующей. Так как нагрузка равномерно распределена по всей длине участка, то ее рав-



Рис. 1.7. Двухопорная консольная балка

нодействующая  $F_q = ql = 2 \cdot 8 = 16$  кН приложена в середине участка *DC* (рис. 1.7, *a*).

Шарнирно-подвижную опору *B* заменяем реакцией  $\overline{R}_B$ , направленной по нормали к опорной плоскости, а шарнирно-неподвижную опору *A* – составляющими реакции опоры  $\overline{R}_{Ay}$  и

 $\overline{R}_{Az}$  (рис. 1.7, б).

Составляем три уравнения равновесия балки:

$$\sum M_A(F_i) = 0; F_1 \cdot 1\sin 75^\circ + F_q \cdot 7 - R_B \cdot 9 - F_2 \cdot 11 + m = 0;$$
  

$$\sum M_B(\overline{F_i}) = 0; R_{Ay} \cdot 9 - F_1 \sin 75^\circ \cdot 8 - F_q \cdot 2 - F_2 \cdot 2 + m = 0;$$
  

$$\sum F_{iz} = 0; F_1 \cos 75^\circ - R_{Az} = 0.$$

Решаем уравнения и определяем величину реакций опор:

$$\begin{split} R_{Ay} &= \frac{F_1 \cdot 1 \sin 75^\circ \cdot 8 + F_q \cdot 2 + F_2 \cdot 2 - m}{9} = \\ &= \frac{5 \cdot 0.966 \cdot 8 + 16 \cdot 2 + 10 \cdot 2 - 10}{9} = 8.9 \text{ kH}; \\ R_B &= \frac{F_1 \cdot 1 \sin 75^\circ + F_q \cdot 7 - F_2 \cdot 11 + m}{9} = \\ &= \frac{5 \cdot 1 \cdot 0.966 + 16 \cdot 7 - 10 \cdot 11 + 10}{9} = 1.87 \text{ kH}; \\ R_{Az} &= F_1 \cos 75^\circ. \end{split}$$

Проверка:  $\sum F_{iy} = 0$ ;  $R_{Ay} - F_1 \cos 15^\circ - F_q + R_B + F_2 = 0$ (8,96 - 5 · 0,966 - 16 + 1,87 + 10 = 0; 20,83 - 20,83 = 0).

Реакции опор определены правильно.

Пример 3. Жестко заделанная у правого конца балка *AB* нагружена равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q_1 = 2 \text{ kH/m}$  и  $q_2 = 4 \text{ kH/m}$ , сосредоточенной силой  $F_1 = 5 \text{ kH}$  и сосредоточенным моментом m = 10 kH·m. Определить реакции заделки (рис. 1.8).



Рис. 1.8. Консольная балка

Решение

Сосредоточенные силы  $F_{q1}$  =  $q_1\cdot 5$  =  $2\cdot 5$  = 10 кH;  $F_{q2}$  =  $q_2\cdot 3$  = =  $4\cdot 3$  = 12 кH.

Освободив балку от связи, заменяем ее двумя взаимно перпендикулярными составляющими  $\overline{R}_{Ay}$  и  $\overline{R}_{Az}$  реакции  $\overline{R}_A$ , а также реактивным моментом  $M_A$ .

Составляем уравнения равновесия балки (I вид):

$$\begin{split} \sum M_A(\overline{F}_i) &= 0; \ M_A - F_{q1} \cdot 2, 5 + m + F_{q2} \cdot 6, 5 - F_1 \cos 30^\circ \cdot 8 = 0; \\ \sum F_{iy} &= 0; \ R_{Ay} - F_{q1} + F_{q2} - F_1 \cos 30^\circ = 0; \\ \sum F_{iz} &= 0; \ -F_1 \cos 60^\circ + R_{Az} = 0. \end{split}$$

Решая эти уравнения, находим:

$$M_A = 10 \cdot 2,5 - 10 - 12 \cdot 6,5 + 5 \cdot 0,866 \cdot 8 = -28,36 \text{ kH} \cdot \text{m};$$
  
$$R_{Av} = 10 - 12 + 5 \cdot 0,866 = 2,33 \text{ kH}; R_{Az} = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ kH}.$$

Для проверки правильности определения можно использовать уравнение моментов относительно точки *B*:

$$\sum M_B(\overline{F_i}) = 0; - F_{q2} \cdot 1.5 + m + F_{q1} \cdot 5.5 + M_{A-R_{Ay}} \cdot 8 = -12 \times 1.5 + 10 + 10 \cdot 5.5 - 28.36 - 2.33 \cdot 8 = 65 - 65 = 0; 0 = 0.$$

#### Литература

1. Руденок Е.М., Соколовская В.П. Техническая механика. Сборник заданий. Минск, 1990.

2. Соколовская В.П. Практикум по решению задач. Минск, 2006.

#### Контрольные вопросы

1. Чем отличается несвободное тело от свободного?

2. Можно ли, не изменяя состояния, всякое несвободное тело рассматривать как свободное?

3. Какие уравнения равновесия и сколько их можно составить для плоской системы сходящихся сил?

4. В чем состоят необходимые и достаточные условия равновесия плоской системы произвольно расположенных сил?

5. Приведите различные формы уравнений равновесия для плоской системы произвольно расположенных сил.

6. Приведите различные формы уравнений равновесия для плоской системы параллельных сил.

7. Как рационально выбрать оси координат и центр моментов при решении задач на равновесие тел под действием плоской системы сил?

Задание на дом: по сборнику заданий [1] повторить гл. 1; выполнить расчетно-графические работы (РГР) 1.1; 1.2, п. 1.

#### Карточки-задания

1. Определить усилия в стержнях АС и ВС.



































2. Определить опорные реакции балок.













7





8



9





11



12

*\_\_\_\_*\_\_ = 10 кН  $|F_1 = 3 \,\mathrm{\kappa H}|$ \_\_\_\_50кН м В *m*<sub>1</sub>=20 кН · м q = 4 KH/M5м 1м 4м

13







q = 2 KH/M  $m_1 = 5 \text{ KH·M}$   $m_2 = 50 \text{ KH·M}$  A F = 10 KH  $45^{\circ}$ 6 M

17





19

20

18

16





21



23



45° F = 10 кН 6 м

*m* = 10 кН · м

24

22

q = 1 kH/M





3. Выполнить задания 1, 2 Приложения.

# Лабораторная работа № 1.2. Определение центра тяжести плоских фигур

Цель работы: определить опытным путем положение центра тяжести плоской фигуры и сравнить полученные результаты с теоретическими расчетами.

#### Теоретическое обоснование

**Центр тяжести** – неизменно связанная с телом точка, через которую проходит линия действия силы тяжести данного тела при любом положении данного тела в пространстве. Это геометрическая точка, которая может находиться и вне тела (например, диск с отверстием, полый шар и т.п.).

При определении центра тяжести тонких плоских однородных пластин пренебрегают толщиной и считают, что центр тяжести расположен в плоскости, поэтому координаты их центра тяжести зависят только от площади фигуры и ее формы.

Если координатную плоскость *хОу* совместить с плоскостью фигуры, то положение центра тяжести определяется двумя координатами:

$$\begin{split} X_{C} &= \frac{\sum A_{i}X_{i}}{\sum A_{i}} = \frac{A_{1}X_{1} + A_{2}X_{2} + \ldots + A_{n}X_{n}}{A_{1} + A_{2} + \ldots + A_{n}};\\ Y_{C} &= \frac{\sum A_{i}Y_{i}}{\sum A_{i}} = \frac{A_{1}Y_{1} + A_{1}Y_{1} + \ldots + A_{n}Y_{n}}{A_{1} + A_{2} + \ldots + A_{n}}, \end{split}$$

где  $A_i$  — площадь части фигуры, мм<sup>2</sup>(см<sup>2</sup>);  $X_i$ ,  $Y_i$  — координаты центра тяжести частей фигуры, мм (см). У симметричных плоских фигур центр тяжести лежит на оси симметрии либо в центре симметрии.

Кроме координатного метода для определения центра тяжести тел применяют экспериментальные способы, например способ подвешивания, основанный на второй аксиоме статики.

Если плоскую фигуру любой формы подвесить на нити в точке A, то центр тяжести тела обязательно будет находиться на вертикали  $OA_1$ , так как только в этом случае сила тяжести пластины и реакция нити взаимно уравновешиваются.

С помощью отвеса *OD* отметим на фигуре линию  $AA_1$  (рис. 1.9, *a*). Подвесив затем фигуру в точке *B* (лучше на наиболее удаленном расстоянии), получим линию  $BB_1$  отвеса (рис. 1.9,  $\delta$ ). Центр тяжести *C* фигуры находится на пересечении двух отвесных линий.



Рис. 1.9. Установка для определения центра тяжести плоской фигуры методом подвешивания

#### Испытательное оборудование

Установка для определения положения центра тяжести плоской фигуры способом подвешивания (рис. 1.9) состоит из вертикальной стойки, к которой прикреплена игла. Плоская фигура изготавливается из картона, жести или другого материала, в котором легко проколоть отверстие. Плоская фигура подвешивается на иглу в точке *A*, а потом в точке *B*. С помощью отвеса, закрепленного на той же игле, на фигуре карандашом прочерчивают вертикальные линии, соответствующие нити отвеса.

Центр тяжести *С* фигуры находится в точке пересечения линий, нанесенных при подвешивании фигуры в точках *А* и *B*.

#### Порядок выполнения работы

1. Экспериментальное определение координат центра тяжести фигуры (рис. 1.10):

 подвесить испытываемую фигуру в одной из точек и карандашом отметить положение нити отвеса;

 – поменять положение фигуры, прикрепить ее в другой точке и снова отметить на ней карандашом положение линии отвеса; точка пересечения двух отвесных линий и является центром тяжести фигуры;



Рис. 1.10. Экспериментальное определение координат центра тяжести фигуры

— измерить линейкой расстояние от найденной точки до заданных для данной фигуры осей координат, определяя таким образом значение  $X_{exC}$  и  $Y_{exC}$ ;

– измерить линейкой необходимые размеры и, выполнив в масштабе чертеж фигуры, нанести найденные значения  $X_{exC}$  и  $Y_{exC}$ .

2. Теоретическое определение координат центра тяжести фигуры (рис. 1.11):



Рис. 1.11. Теоретический метод определения координат центра тяжести фигуры

- выполнить в масштабе чертеж фигуры;

– разделить фигуру на наименьшее число простейших фигур, положение центра тяжести которых легко определить: *I, II, III*;

– определить положение центров тяжести отдельных частей фигуры (точки  $C_1, C_2, C_3$ ) и нанести их на чертеж;

– провести вспомогательные оси x и y и определить значение координат точек  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  относительно осей x и y:

$$X_1 = 40 \text{ cm}; \quad Y_1 = 35 \text{ cm};$$
  

$$X_2 = 80 - \frac{1}{3} \cdot 60 = 60 \text{ cm}; \quad Y_2 = 10 + \frac{1}{3} \cdot 60 = 30 \text{ cm};$$
  

$$X_3 = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4 \cdot 15}{3 \cdot 3, 14} = 6,37 \text{ cm}; \quad Y_3 = 55 \text{ cm};$$

- определить площади A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> частей фигуры:

$$A_1 = 80 \cdot 70 = 5600 \text{ cm}^2;$$
  

$$A_2 = -\frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 60 = -1800 \text{ cm}^2;$$
  

$$A_3 = \pi r^2 / 2 = -3.14 \cdot 15^2 / 2 = -353.25 \text{ cm}^2;$$

– определить координаты центра тяжести  $X_{tC}$  и  $Y_{tC}$  данной фигуры по формулам:

$$X_{tC} = \frac{5600 \cdot 40 - 1800 \cdot 60 - 353, 25 \cdot 6, 37}{5600 - 1800 - 353, 25} = 33 \text{ cm} = 330 \text{ mm};$$
  
$$Y_{tC} = \frac{5600 \cdot 35 - 1800 \cdot 30 - 353, 25 \cdot 55}{5600 - 1800 - 353, 25} = 35,56 \text{ cm} = 355,6 \text{ mm};$$

— нанести на чертеж центр тяжести C фигуры с указанием значения координат  $X_{tC}$  и  $Y_{tC}$ ;

- сравнить данные:

$$\delta_x = \frac{|330 - 332|}{332} \cdot 100\% = 0,6\%;$$
  
$$\delta_y = \frac{|355,6 - 356|}{356} \cdot 100\% = 0,11\%.$$

#### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Опытное определение положения центра тяжести:

 выполнить чертеж выбранной фигуры с указанием ее размеров;

— отметить на чертеже координаты центра тяжести  $X_{exC}$  и  $Y_{exC}$  фигуры.

2. Теоретическое определение координат центра тяжести плоской фигуры.

– выполнить чертеж фигуры;

— вычислить координаты  $X_{exC}$ ,  $Y_{exC}$  и нанести их значения на чертеж.

3. Сравнение данных, найденных аналитическим и экспериментальным способами:

$$\delta = \frac{X_{exC} - X_{tC}}{X_{exC}} \cdot 100\%; \quad \delta = \frac{Y_{exC} - Y_{tC}}{Y_{exC}} \cdot 100\%.$$

#### Контрольные вопросы

1. Что называется центром тяжести фигуры?

2. Где находится центр тяжести плоской фигуры, имеющей: а) одну ось симметрии, б) две оси симметрии?

3. Приведите зависимости для определения координат центра тяжести плоской фигуры.

4. На сколько частей необходимо разбить плоскую фигуру для определения положения центра тяжести аналитическим (теоретическим) способом?

#### Карточки-задания

Определить положение центра тяжести однородной пластинки, форма и размеры которой показаны на схеме a, а также сечения, составленного из двутавра, швеллера, уголка (схема  $\delta$ ).





7







б б а а 300 150 400 INº 6.3 № 16a 250 Nº 10 Nº 22 Nº 12 150 140×90×10 600

#### Практическая работа № 1.2. Определение координат центров тяжести сложных и составных сечений

Цель работы: развить умения по определению координат центров тяжести сложных и составных сечений.

Задание: определить координаты центров тяжести плоских сечений.

#### Теоретическое обоснование

Статический момент в зависимости от положения оси, относительно которой он вычисляется, может быть положительным, отрицательным и равным нулю. Статический момент сложного сечения равен алгебраической сумме статических моментов его составных частей относительно одной и той же оси.

Координаты центра тяжести  $X_C$ ,  $Y_C$  сложного сечения определяются по формулам:

$$X_C = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum A_i X_i}{\sum A_i} ; Y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i}.$$

#### Методическое обеспечение

1. ГОСТ 8239-89 «Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент».

2. ГОСТ 8240-97 «Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент».

3. ГОСТ 8509-93 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент».

4. ГОСТ 8510-86 «Уголки стальные горячекатаные неравнополочные. Сортамент».

5. Расчетные схемы сложных и составных сечений.

#### Порядок выполнения работы

1. Для сложных сечений:

 – разбить сечение на простые фигуры, положения центров тяжести которых известны;

— выбрать положение вспомогательных осей  $x_0$ ,  $y_0$ , относительно которых вычисляются статические моменты составных частей  $A_1X_1, A_1Y_1$ ;

 вычислить координаты центра тяжести и показать на рисунке;

- расчеты оформить в виде табл. 1.2.

#### Таблица 1.2

№ фигуры	<i>X<sub>i</sub></i> , см	<i>Y<sub>i</sub></i> , см	<i>А<sub>i</sub></i> , см <sup>2</sup>	$A_i X_i$ , см <sup>3</sup>	$A_i Y_i$ , см <sup>3</sup>
Ι					
II					
III					
			$\Sigma A_i =$	$\sum A_i X_i =$	$\sum A_i Y_i =$

2. Для составных сечений:

- вычертить сечение в масштабе;

 выписать из сортамента (ГОСТ 8239-89, ГОСТ 8240-97, ГОСТ 8509-93, ГОСТ 8510-86\*) характеристики профилей проката (двутавр, швеллер, уголок равнополочный, уголок неравнополочный);

– определить координаты центров тяжести *X<sub>i</sub>*, *Y<sub>i</sub>* каждого элемента сечения в выбранной системе координат;

– определить и указать на рисунке координаты центра тяжести составного сечения.

#### Примеры расчета

Пример 1. Определить положение центра тяжести для указанного сечения (рис. 1.12, *a*).

Исходные данные					
<i>Н</i> , мм	В, мм	<i>d</i> , мм	<i>R</i> , мм		
60	140	20	40		

#### Решение

Ось  $y_C$  является осью симметрии сечения, следовательно,  $X_C = 0$ .

Для нахождения положения точки *C*, т.е. вычисления  $Y_C$  (рис. 1.12, *б*):

а) разбиваем сечение на простые элементы 1, 2, 3, 4, 5;

б) показываем центры тяжести каждого элемента сечения, т.е.  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5;$ 

в) определяем  $Y_i$ ,  $A_i$  и  $A_i Y_i$  для каждого элемента сечения, результаты записываем в табл. 1.3;

Таблица 1.3

		5				
	1	2	3	4	5	$\sum_{i=1}$
<i>А<sub>i</sub></i> , мм <sup>2</sup>	900	4800	-314	2512	900	8798
<i>Y<sub>i</sub></i> , мм	40	30	0	-16,96	40	
$A_i Y_i$ , мм <sup>3</sup>	36 000	144 000	0	-42603,52	36 000	173396,4





Рис. 1.12. Сложное сечение

г) подсчитываем  $Y_C$ :

$$\begin{split} Y_C &= \frac{\sum A_i Y_i}{\sum A_i} = \frac{A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3 + A_4 Y_4 + A_5 Y_5}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5} = \frac{173396, 4}{8798} = \\ &= 19,71 \text{ mm}. \end{split}$$

По этим данным наносим точку С на рис. 1.12, б.

Пример 2. Определить координаты центра тяжести составного сечения (рис. 1.13, *a*).

#### Решение

Вычерчиваем сечение в масштабе (рис. 1.13, б).

Разбиваем сечение на простые элементы.

Выписываем данные элементов:

*I* — уголок неравнополочный № 14/9, ГОСТ 8510-86\*: *B* = 140 мм; *b* = 90 мм;  $A_1$  = 18,00 см<sup>2</sup>;  $X_0$  = 2,03 см;  $Y_0$  = 4,49 см;

II – полоса  $b \times h = 6 \times 290$ ;  $A_2 = 17.4$  см<sup>2</sup>;

*III* — швеллер № 20а, ГОСТ 8240-97: *h* = 200 мм; *b* = 80 мм; *A*<sub>3</sub> = 25,2 см<sup>2</sup>; *z*<sub>0</sub> = 2,28 см.

Проводим вспомогательные ос<br/>и $x_0, y_0,$ которые совпадают с осями полосы <br/>  $x_2, y_2.$ 

Определяем координаты центров тяжести каждого элемента в выбранной системе координат:

$$X_{1} = \left(\frac{0,6}{2} + 4,49\right) = -4,79 \text{ cm}; Y_{1} = -\left(\frac{29}{2} - 2,03\right) = -12,47 \text{ cm};$$
  

$$X_{2} = 0; Y_{2} = 0;$$
  

$$X_{3} = \left(\frac{0,6}{2} + 2,28\right) = 2,58 \text{ cm}; Y_{3} = \frac{29}{2} - \frac{20}{2} = 4,5 \text{ cm}.$$

Находим суммарную площадь всего сечения:

$$A = \sum_{i=1}^{n} A_i = A_1 + A_2 + A_3 = 18,0 + 17,4 + 25,2 = 60,6 \text{ cm}^2.$$

Определяем статические моменты сечения относительно осей *x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>:

$$\begin{split} S_{x0} &= \sum_{i=1}^{n} A_i Y_i = A_1 Y_1 + A_2 Y_2 + A_3 Y_3 = 18,0 \cdot (-12,47) + 17,4 \cdot 0 + \\ &+ 25,2 \cdot 4,5 = -111,06 \text{ cm}^3; \\ S_{y0} &= \sum_{i=1}^{n} A_i X_i = A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 = 18,0 \cdot (-4,79) + 17,4 \cdot 0 + \\ &+ 25,2 \cdot 2,58 = -21,20 \text{ cm}^3. \end{split}$$


Вычисляем координаты центра тяжести сечения:

$$X_C = \frac{S_{y0}}{A} = \frac{-21,2}{60,06} = -0,35 \text{ cm}; Y_C = \frac{S_{y0}}{A} = \frac{-111,06}{60,06} = -1,833 \text{ cm}.$$

По этим данным наносим точку С – центр тяжести всего сечения на рис. 1.13, в.

#### Литература

1. Руденок Е.М., Соколовская В.П. Техническая механика. Минск, 1990.

2. Никитин Е.Н. Теоретическая механика. М., 1986.

#### Контрольные вопросы

1. Чему равен статический момент площади плоской фигуры относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения?

2. Как определяется положение центра тяжести сложного сечения?

3. Как найти центр тяжести сечения, имеющего: а) ось симметрии; б) центр симметрии?

4. В каком случае положительное значение статического момента площади плоской фигуры в соответствии с рис. 1.14 относительно оси у наибольшее?



Рис. 1.14. Статические моменты плоской фигуры

5. В каком случае статический момент плоской фигуры в соответствии с рис. 1.14: а) равен нулю; б) отрицателен относительно оси *у*?

Задание на дом: 1. По сборнику заданий [1] повторить гл. 3; выполнить РГР №3 (3.1;3.2) по вариантам. 2. Карточки-задания (см. Лабораторную работу № 1.2).

# Лабораторная работа № 1.3. Определение коэффициента трения скольжения

Цель работы: определить приближенное значение коэффициента трения скольжения различных материалов с помощью наклонной плоскости.

#### Теоретическое обоснование

*Трением* называется сопротивление, возникающее при перемещении одного тела по поверхности другого.

Возникновение трения обусловлено шероховатостью поверхности и силами молекулярного сцепления. В зависимости от характера перемещения одного тела по поверхности другого различают два рода трения: трение скольжения, или трение первого рода; трение качения, или трение второго рода.

Трение является одним из самых распространенных явлений природы и играет большую роль в технике. На трении основана работа фрикционных, канатных, ременных передач, тормозных устройств, прокатных станов, фрикционных муфт и т.п. Трение обеспечивает сцепление с землей и, следовательно, работу автомобилей и других транспортных машин.

В некоторых случаях трение препятствует движению и приводит к бесполезной затрате работы. Когда одно тело с силой

тяжести  $\bar{G}$  опирается на другое тело (рис. 1.15), то кроме нор-

мальной реакции  $\overline{N}$  при действии сдвигающей силы  $\overline{F}$  возникает касательная реакция — сила трения

 $\overline{F}_{f}$ . С увеличением сдвигающей силы сила трения также возрастает и достигает предельной величины



Рис. 1.15. Трение скольжения

(рис. 1.16, *a*), затем с началом движения сила трения несколько уменьшается. Она всегда направлена в сторону, противоположную перемещению тела.



Рис. 1.16. Предельное трение

*Трением скольжения* называется сопротивление скольжению одного тела по поверхности другого.

Трение представляет собой сложный комплекс механических (сдвиг, смятие выступов поверхности и контакта), электрических и химических явлений. Сила трения скольжения зависит не только от материала, шероховатости поверхности, давления и относительной скорости скольжения, но и от целого ряда других причин (влажности, температуры). Вследствие крайней сложности этого физико-механического явления и трудности оценки многочисленных факторов, влияющих на него, точных общих законов трения до сих пор установить не удалось. На практике в тех случаях, когда не требуется большой точности, пользуются эмпирическими законами Амонтона – Кулона.

Если необходима большая точность, то приходится определять силу трения опытным путем для каждой данной пары трущихся поверхностей и конкретных условий трения.

#### Законы Амонтона – Кулона

1. Сила трения пропорциональна силе нормального давления.

2. Коэффициент трения зависит от рода трущихся тел и физического состояния трущихся поверхностей.

3. Коэффициент трения трущихся тел из одинаковых материалов в большинстве случаев больше, чем тел из разнородных материалов.

4. Коэффициент трения не зависит от площади трущихся поверхностей. При значительных давлениях площадь поверхностей начинает влиять на коэффициент трения.

5. Коэффициент трения покоя для большинства тел больше, чем коэффициент трения скольжения.

6. Коэффициент трения скольжения зависит от скорости взаимного перемещения трущихся тел.

Отношение предельной силы трения к нормальной силе давления называется *статическим коэффициентом трения скольжения*:

$$f_0 = \frac{F_{\lim f}}{N},$$

где  $f_0$  – безразмерная величина, так как единицей измерения  $\overline{F}_{\lim f}$  и  $\overline{N}$  является ньютон (Н).

Сила трения отклоняет полную реакцию  $\overline{R}$  от нормали на угол  $\phi_0$  – угол трения покоя, образованный направлением суммарной реакции  $\overline{R}$  с направлением нормальной реакции  $\overline{N}$ . Тангенс угла трения покоя равен статическому коэффициенту трения:

$$\mathrm{tg}\varphi_0 = \frac{F'\mathrm{lim}\,f}{N} = f_0.$$

Отношение силы трения при движении к силе нормального давления называется *динамическим коэффициентом трения скольжения*. Он несколько меньше статического коэффициента трения скольжения. Коэффициент трения скольжения определяется опытным путем различными способами, но наиболее часто при помощи наклонной плоскости.

Равнодействующая силы трения и силы нормального давления называется *полной реакцией опорной поверхности*. Если век-

тор  $\overline{R}$ , изображающий полную реакцию, вращать вокруг оси, перпендикулярной плоскости соприкосновения тел, получится так называемый конус трения (рис. 1.16,  $\delta$ ). Угол при вершине конуса равен двойному углу трения. Если равнодействующая



Рис. 1.17. Установка для испытаний

всех сил  $\bar{F}_{\Sigma}$ , приложенных к телу, образует с нормалью угол, меньший, чем угол трения  $\phi_2$ , т.е. линия действия равнодействующей находится внутри конуса трения, то данная сила не сможет вывести тело из состояния равновесия, какой бы большой она ни была. Вывести тело из состояния равновесия можно только в том случае, если линия равнодействующей проходит вне конуса трения, т.е. образует с нормалью угол, больший угла трения  $\phi_0$ .

## Определение коэффициента трения скольжения на наклонной плоскости

#### Испытательное оборудование

Величина угла наклона  $\alpha$  отсчитывается по шкале 3 (рис. 1.17). При увеличении угла наклона плоскости 1 вращением винта 4 составляющая силы тяжести  $\overline{G}_2$ , направленная параллельно наклонной плоскости, возрастает, и сила трения покоя  $\overline{F}_f$ соответственно увеличивается. При угле наклона плоскости, равным углу трения ( $\alpha = \varphi$ ), сила трения достигает предельной величины; при  $\alpha > \varphi$  груз 2 переходит из состояния покоя в состояние движения. Измерив угол α в момент начала движения, можно определить угол трения φ. Тангенс этого угла дает значение коэффициента трения *f*:

 $f = tg\phi$ .

Надо отметить, что для одной и той же пары материалов коэффициент трения может меняться в 5–10 раз в разных условиях.

#### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством установки для определения коэффициента трения скольжения по наклонной плоскости.

2. Определить силу тяжести груза.

3. Подготовить пластины и груз к испытанию: поверхности контакта протереть тряпочкой, смоченной в бензине, и просушить.

4. Установить груз на плоскости и при помощи рукоятки увеличивать угол подъема до тех пор, пока под действием собственной силы тяжести груз не начнет двигаться.

5. Зафиксировать винтом положение наклонной плоскости и по шкале определить угол ее наклона α. Для каждой пары материалов опыт повторить не менее трех раз.

6. Вычислить коэффициент трения скольжения для выбранных пар материалов и сравнить с табличным значением. Вы-

числить ошибку:  $\delta = \frac{f_t - f_{ex}}{f_t} \cdot 100\%$ .

7. Оформить отчет.

### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

Цель работы: определить значение коэффициента трения скольжения различных материалов и силы трения.

1. Схема установки.

2. Таблица результатов испытаний (табл. 1.4).

№ п/п	Материал пластины	Материал груза	Угол наклона плоскости к горизонту α, град	Коэффициент трения $f = tg\phi$	Сила трения $F_f = fG \cos \alpha$
1			1-й замер		
			2-й замер		
			3-й замер		
			Среднее значение		
2			1-й замер		
			2-й замер		
			3-й замер		
			Среднее значение		
3			1-й замер		
			2-й замер		
			3-й замер		
			Среднее значение		

## Определение коэффициента трения скольжения на горизонтальной плоскости

### Испытательное оборудование

На тележку 2 (рис. 1.18) устанавливают пластины из различных материалов, а к грузу 5 крепят при помощи двух штырей диски также из различных материалов. Груз 5 тросиком связан с динамометром 6. При выполнении работы включается элект-



Рис. 1.18. Схема прибора ПМП-1

родвигатель I через понижающий трансформатор в сеть 220 В, а затем переключателем, установленным на стенке прибора, приводится в движение тележка 2. При ее движении между пластиной 3 и диском 4 груза 5 возникает сила трения  $F_f$ , величина которой измеряется динамометром 6.

Коэффициент трения скольжения *f* определяется как частное от деления силы трения на вес груза 5 с диском 4.

# Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством установки для определения коэффициента трения скольжения по горизонтальной плоскости.

2. Подготовить пластины и диски к испытаниям: поверхность контакта протереть тряпочкой, смоченной в бензине, и просушить. Образцы из резины, пластмассы и других материалов, реагирующих с бензином, протереть чистой сухой тряпочкой.

3. Установить пластину на тележку.

4. Определить силу тяжести диска, прикрепить диск к грузу и провести испытание. Результаты занести в таблицу. Для каждой пары материалов опыт повторить не менее трех раз.

5. Вычислить коэффициент трения скольжения для выбранных пар материалов  $f_{ex}$ , сравнить с табличным значением  $f_t$ .

Вычислить ошибку:  $\delta = \frac{f_t - f_{ex}}{f_t} \cdot 100\%$ .

6. Оформить отчет.

# Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

**Цель работы**: определить коэффициент трения скольжения различных материалов.

1. Схема установки и силы, приложенные к образцу.

2. Таблица результатов испытаний (табл. 1.5).

№ п/п	Материал пластины	Материал диска	Вес диска <i>G</i> <sub>2</sub> , Н	Сила трения <i>F</i> , Н	Коэффициент трения f
1				1-й замер	
				2-й замер	
				3-й замер	
				Среднее значение	
2				1-й замер	
				2-й замер	
				3-й замер	
				Среднее значение	

3. Коэффициент трения скольжения

$$f = \frac{F_f}{G}$$

где  $G = G_1 + G_2$ ,  $G_1$  – вес груза, Н,  $G_2$  – вес диска, Н.

#### Контрольные вопросы

1. Что называется силой трения?

2. Какие виды трения в зависимости от характера перемещения одного тела по поверхности другого вы знаете?

- 3. Чем обусловлено возникновение силы трения?
- 4. Что называется силой трения скольжения?
- 5. Какие законы Амонтона Кулона вы знаете?
- 6. Что называется углом трения?
- 7. Каково условие самоторможения наклонной плоскости?

8. Когда равнодействующая всех сил, приложенных к телу, не может вывести тело из состояния равновесия?

# Карточки-задания

# Вариант 1

Вопросы	Ответы
1. В зависимости от чего трение де- лится на трение скольжения и трение качения?	<ol> <li>В звисимости от формы тела.</li> <li>В зависимости от характера перемещения тела.</li> <li>В зависимости от скорости движения тел.</li> <li>В зависимости от шероховатости трущихся поверхностей.</li> </ol>
2. Зависит ли сила трения от мате- риалов тел и состояния их поверх- ностей?	<ol> <li>Зависит только от материалов поверхностей.</li> <li>Не зависит.</li> <li>Зависит только от состояния трущихся поверхностей.</li> <li>Зависит от материалов и состояния трущихся поверхностей.</li> </ol>
3. Учитывают ли законы Амонтона – Кулона все факторы, влияющие на величину трения скольжения?	<ol> <li>Учитывают всегда.</li> <li>Не учитывают, если сила нормального давления и скорость движения велики.</li> <li>Не учитывают при больших скоростях.</li> <li>Не учитывают при больших силах нормального давления.</li> </ol>
4. Чему должен быть равен угол на- клона плоскости α, чтобы обеспе- чить самоторможение?	1. $\alpha \ge f$ . 2. $\alpha \le \operatorname{arctg} f$ . 3. $\alpha = f$ . 4. $\alpha \ge \operatorname{arctg} f$ .
5. В станке клиновой резец проника- ет в раскалываемую древесину с уси- лием. На какой схеме правильно изображены все силы, действующие на резец?	1. 6. 2. a. 3. e. 4. z.
a Rt, Rto Rt, Rto Rto Rto Rto Rto Rto Rto Rto	R <sub>1</sub> , R <sub>10</sub> R <sub>1</sub> , R <sub>10</sub> R <sub>10</sub>

Вариант 2

Вопросы	Ответы
1. Предельной силой трения называ- ется	<ol> <li>Сила, перпендикулярная поверхности скольжения.</li> <li>Сила, отклоняющаяся при движении от нормали на угол φ<sub>0</sub>.</li> <li>Сила, соответствующая моменту начала скольжения.</li> <li>Сила сцепления между частицами тела и плоскости.</li> </ol>
2. Зависит ли сила трения от скоро- сти движения тела?	<ol> <li>Не зависит.</li> <li>Зависит всегда.</li> <li>Зависит только при малых скоростях.</li> <li>Зависит только при больших скоростях.</li> </ol>
3. Что называется полной реакцией опорной поверхности?	<ol> <li>Алгебраическая сумма сил трения и нормального давления.</li> <li>Сила, отклоняющаяся от горизон- тали на угол трения.</li> <li>Равнодействующая нормальной реакции поверности и силы трения.</li> <li>Равнодействующая движущей си- лы и силы трения.</li> </ol>
4. Вызывает ли движение тела сила <i>F</i> , линия действия которой прохо- дит вне конуса трения?	1. Вызывает всегда. 2. Вызывает, если сила $\overline{F}$ будет боль- ше силы трения $R_f$ . 3. Вызывает при правильном подбо- ре смазки. 4. Не вызывает никогда.
5. Тело поставлено на шероховатую поверхность. На какой схеме указа- ны все силы, удерживающие тело в равновесии?	1. в. 2. а. 3. г. 4. б.
$a$ $\delta$ $R_{f}$ G $R_{f}$ G $R_{f}$ $R_{f$	

///.

Вариант 3

Вопросы	Ответы
1. В чем проявляется трение скольжения?	<ol> <li>В скольжении одного тела по поверхности другого.</li> <li>В появлении угла трения.</li> <li>В сопротивлении скольжению одного тела по поверхности другого.</li> <li>В сопротивлении движению тела перпендикулярно поверхности.</li> </ol>
2. Зависит ли сила трения от размеров трущихся поверхностей?	<ol> <li>Не зависит.</li> <li>Зависит только для тел больших размеров.</li> <li>Зависит всегда.</li> <li>Зависит при отсутствии смазки трущихся поверхностей.</li> </ol>
3. Существует ли зависимость между углом трения и коэффициентом тре- ния?	<ol> <li>Эти величины не зависят друг от друга.</li> <li>Зависят: φ = f.</li> <li>Зависят: f = 1/ tgφ.</li> <li>Зависят: tgφ = f.</li> </ol>
4. К телу, находящемуся в покое, при- ложили силу $\overline{F}$ , линия действия ко- торой проходит внутри конуса тре- ния. Вызовет ли она действие тела?	<ol> <li>Вызовет всегда.</li> <li>Вызовет при правильном подборе смазки.</li> <li>Не вызовет никогда.</li> <li>Вызовет, если F. больше R<sub>f</sub>.</li> </ol>
5. Тело опирается на шероховатую поверхность <i>АОВ</i> . На какой из схем указаны все силы, удерживающие тело в равновесии?	1. <i>a</i> . 2. <i>b</i> . 3. <i>a</i> . 4. <i>c</i> .
$a \qquad \vec{o} \qquad \vec{A} \qquad \vec{R}_{f_2} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{A} \qquad \vec{R}_{f_2} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{R}_{n_2} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{R}_{n_2} \qquad \vec{R}_{n_1} \qquad \vec{R}_{n_2} \qquad \vec{R}_{n_3} \qquad \vec{R}_{n_4} \qquad \vec{R}_{n_5} \qquad \vec{R}$	$\vec{R}_{f_2}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$ $\vec{R}_{f_1}$

Вариант 4

Вопросы	Ответы
1. Возникновение трения объясняет- ся	<ol> <li>Только силами молекулярного сцепления поверхностей трения.</li> <li>Только отсутствием смазки между трущимися поверхностями.</li> <li>Шероховатостью поверхностей и силами молекулярного сцепления.</li> <li>Только шероховатостью поверх- ностей трения.</li> </ol>
2. Нужно ли знать величину силы тя- жести тела при определении силы трения?	<ol> <li>Нет.</li> <li>Нужно только при больших скоростях.</li> <li>Нужно только при наклонной поверхности плоскости.</li> <li>Нужно знать всегда.</li> </ol>
3. Что называется углом трения?	<ol> <li>Отношение силы трения к силе нормального давления.</li> <li>Угол между силой трения и сдвига- ющей силой.</li> <li>Максимальный угол, на который отлоняется от нормали полная реак- ция опорной повехности.</li> <li>Максимальный угол между опор- ной поверхностью и силой трения.</li> </ol>
4. Чем объяснить явление заклинива- ния частей машины?	<ol> <li>Сила трения достигает максимального значения.</li> <li>Существованием области трения.</li> <li>Коэффициент трения превысил угол трения.</li> <li>Неверным подбором смазки.</li> </ol>
5. Тело поставлено на шероховатую поверхность. На какой схеме указаны все силы, удерживающие тело в равновесии?	1. a. 2. б. 3. e. 4. z.
$a \qquad \qquad$	$\vec{R}_{n}$ $\vec{F}_{n}$ $\vec{R}_{n}$ $\vec{F}_{n}$ $\vec{R}_{n}$ $\vec{G}_{n}$ $\vec{R}_{n}$ $\vec{G}_{n}$

# Лабораторная работа № 1.4. Определение коэффициента трения качения

Цель работы: определить коэффициент трения качения при движении цилиндра по наклонной плоскости.

#### Теоретическое обоснование

При перекатывании одной кривой поверхности по другой возникает сопротивление, которое называют *трением второго рода* или *трением качения*. Это сопротивление возникает главным образом оттого, что как само катящееся тело, так и тело, по которому оно катится, не являются абсолютно твердыми и поэтому всегда несколько деформируются в месте их соприкосновения.

Как и трение скольжения, трение качения представляет собой сложное явление. Сопротивление перекатыванию зависит от упругих свойств материалов, кривизны поверхностей соприкасающихся тел и силы нормального давления. Для одних и тех же материалов трение качения значительно меньше трения скольжения.

По упрощенной схеме трение качения можно представить следующим образом (рис. 1.19). Если цилиндр радиусом R и весом  $\overline{G}$  перекатывается через какую-либо неровность, то для преодоления сил сопротивления необходимо приложить к центру цилиндра движущую силу  $\overline{F}$ , момент которой был бы равен



Рис. 1.19. Упрощенная схема трения качения

моменту силы сопротивления, т.е. Fh = Nk, откуда  $k = \frac{Fh}{N}$ , где k – коэффициент пропорциональности или коэффициент трения второго рода, зависящий от материала и физических свойств катящихся поверхностей;  $M_f = Gk$  – момент пары сил сопротивления; h – плечо силы F относительно точки A; N – сила нормального давления, N = G.

В месте касания можно представить себе приложенной силу трения, которая в этом случае называется силой сцепления. Если F < fG, то каток в точке касания «удерживается» и происходит качение. Наоборот, если F > fG, то качение невозможно. Каток будет скользить по плоскости, потому что движение происходит в направлении меньшего сопротивления.

Условие качения  $F < F_f$  или f > k / h (коэффициент трения качения измеряется в единицах длины). Если движущая сила приложена не в центре цилиндра, а на расстоянии  $h_1$ , то

$$F' = k \frac{G}{h_l}$$
. Если движущая сила направлена по касательной ци-

линдру, то  $F'' = k \frac{G}{2R}$ .

Физическая сущность трения качения упругих тел может быть представлена на основании следующих соображений.

1. Если на абсолютно твердый цилиндр, лежащий на абсолютно твердой плоской поверхности, действует сила  $\overline{Q}$ , то нормальная реакция  $\overline{N}$  равна этой силе и направлена в противоположную сторону. В этом случае для перекатывания цилиндра не потребуется внешний момент, т.е.  $M_{\rm дB} = 0$ .

2. Если цилиндр, находящийся в статическом состоянии под влиянием внешней силы  $\overline{Q}$ , получит местную деформацию смятия (рис. 1.20, *a*), то на площадке *AB* возникнет давление, создающее нормальную реакцию  $\overline{N}$ , которая, в свою очередь, из условия равновесия по величине равна силе  $\overline{Q}$ ,

52



Рис. 1.20. Трение качения

т.е.  $\overline{N} = \overline{Q}$ . Давление распределяется по площадке по эллиптическому закону, и сила  $\overline{N}$  направлена прямо противоположно силе  $\overline{Q}$ . Следовательно, и для этого случая нет оснований к возникновению сопротивления перекатыванию цилиндра (рис. 1.20,  $\delta$ ).

3. Если цилиндр не находится в статическом состоянии, то эллиптический закон распределения давлений нарушается: на участке *CB* контактной площадки соприкосновения цилиндра с плоскостью давление будет больше, чем на участке *AC*. Участок *CB* называется зоной нарастающих деформаций, а участок *AC* – зоной исчезающих деформаций.

Зона исчезающих деформаций является результатом временного сохранения части деформации после того, как исчезла причина, вызвавшая деформацию. Вот почему в зоне исчезающих деформаций реакция меньше, чем в зоне нарастающих деформаций.

Характер распределения давлений по площадке показан на рис. 1.20, в.

Равнодействующая сил давления, возникающих на контактной площадке, равна внешней силе  $\overline{Q}$  и будет смещена за вертикальную ось симметрии цилиндра на некоторую величину k.

Численно плечо трения равняется коэффициенту трения качения. Это плечо составляет часть ширины AB контактной площадки: k = xb, где x – коэффициент, зависящий от упругих свойств материалов, всегда меньше единицы; b – ширина контактной площадки.

#### Испытательное оборудование

Движение катка 1 (рис. 1.21) по наклонной плоскости 2, установленной к горизонту под углом  $\alpha$ , происходит под действием составляющей собственной силы тяжести  $G_1 = G \sin \alpha$ .



Рис. 1.21. Установка для определения коэффициента трения качения

Качение катка по наклонной плоскости без скольжения чистое только в том случае, если  $tg\alpha_{max} \leq f_0$ , где  $\alpha_{max}$  — наибольший угол наклона плоскости, при котором происходит чистое качение катка;  $f_0$  — статический коэффициент трения скольжения материального катка и плоскости. Угол наклона плоскости обычно небольшой, поэтому необходимо его измерить довольно точно, чтобы избежать больших погрешностей при определении коэффициента трения качения. Угол с достаточной для практики точностью можно измерить по уровню с угломером (квадрант).

К установке прилагается набор сменных цилиндрических катков из различных материалов.

Коэффициент трения качения k, мм, вычисляют по формуле

$$k = \frac{d}{2} \operatorname{tg} \alpha - \frac{3Sd}{2gt^2 \cos \alpha},$$

где d — диаметр сплошного катка, мм;  $\alpha$  — угол наклона плоскости по горизонту, град; S — расстояние, на которое перекатывается каток по плоскости; g — ускорение, мм/с<sup>2</sup>; t — время, за которое каток перекатывается на расстояние S с начальной скоростью  $v_0 = 0$ , с.

## Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством установки для определения коэффициента трения качения.

2. В отчете по работе зарисовать принципиальную схему установки и показать силы, приложенные к образцу.

3. Указать диаметр катков и материалы, для которых определяют коэффициенты трения качения.

4. Вычислить наибольший угол наклона плоскости для образцов из данного материала, при котором обеспечивается перекатывание без скольжения.

5. Установить наклонную плоскость под углом  $\alpha \le \alpha_{max}$  и записать его значение в отчет.

6. Цилиндрический образец (каток) положить на наклонную плоскость в начале пути *S*, отпустить образец и одновременно включить секундомер. При прохождении образцом конечной точки пути выключить секундомер.

7. Длину пути и время *t* качения образца записать в отчет.

8. Опыт для каждого образца повторить не менее трех раз и вычислить среднее значение времени.

9. Вычислить коэффициент трения качения.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема установки: *d* – диаметр образца; α – угол наклона плоскости; *S* – путь, пройденный образцом.

2. Таблица результатов испытаний (табл. 1.6).

Таблица 1.6

Материал плиты	Материал образцов			
Параметры	а	б	в	
1	2	3	4	
Статический коэффициент трения скольжения f <sub>0</sub> (по справочной литературе)				
Наибольший допустимый угол наклона плоскости к горизонту $\alpha_{max}$ , град				
Диаметр <i>d</i> катка, мм				
Угол $\alpha$ , под которым установлена плоскость (на установке), град				

1	2	3	4
Путь S, пройденный катком, м			
Время движения <i>t</i> катка, с			
1-й замер			
2-й замер			
3-й замер			
Коэффициент трения качения $k_{ex}$ , вычисленный по			
формуле			

3. Сравнение полученных значений коэффициентов трения качения для данных пар материалов с указанными в справочной литературе:

$$\delta = \frac{k_t - k_{ex}}{k_t} \cdot 100\%.$$

#### Контрольные вопросы

- 1. Что такое трение качения?
- 2. Какой вид имеет условие качения?
- 3. В чем измеряется коэффициент трения качения?
- 4. Какие две зоны деформаций существуют?
- 5. От чего зависит коэффициент k?

# Лабораторная работа № 1.5. Определение мощности на валу электродвигателя

Цель работы: научиться измерять мощность электродвигателя при помощи ленточного тормоза.

#### Теоретическое обоснование

*Мощностью* называется величина, определяющая работу, совершаемую силой в единицу времени. Если работа совершается равномерно, то мощность

$$P = W / t$$
,

где *t* — время, в течение которого произведена работа *W*, с. В общем случае

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{F_t dS}{dt} = F_t v,$$

где *F<sub>t</sub>* – сила тяги; *S* – путь, пройденный телом; *v* – скорость, м/с.

Следовательно, мощность равна произведению касательной составляющей силы на скорость движения. Из равенства видно, что у двигателя, имеющего данную мощность P, сила тяги  $F_t$  тем больше, чем меньше скорость движения v. Поэтому, например, при подъеме или на плохом участке дороги у автомобиля включают низкие передачи, позволяющие при полной мощности двигаться с меньшей скоростью и развивать большую силу тяги.

Единица мощности

$$\left[P\right] = \frac{\left[W\right]}{\left[t\right]} = \frac{\left[\text{работа}\right]}{\left[\text{время}\right]} =$$
джоуль в секунду = ватт (Вт).

При действии сил на вращающееся тело мощность равна произведению вращающего момента T на угловую скорость  $\omega$ , рад/с:

$$\left[P\right] = \frac{\left[dW\right]}{\left[dt\right]} = \frac{Td\varphi}{dt} = T\omega,$$

где ф – угол поворота тела, рад.

При данной мощности максимальный вращающий момент, который двигатель способен развить, можно измерять путем варьирования угловой скорости. Уменьшая угловую скорость, увеличивают вращающий момент, и наоборот, увеличивая угловую скорость, вращающий момент уменьшают.

#### Испытательное оборудование

Прибор (рис. 1.22) представляет собой коллекторный двигатель мощностью 40 Вт, напряжением 220 В. Электродвигатель смонтирован на горизонтальной поверхности панели. На панели установлена стойка с продольной прорезью (по стойке перемещается планка с прикрепленными к ней двумя динамометрами), держатель со счетчиком оборотов и пусковой реостат.



*Рис. 1.22.* Схема установки для определения мощности двигателя

На ось электродвигателя надет шкив 1 диаметром 60 мм с буртиками. Шкив охватывается ленточным тормозом 2, концы которого связаны с динамометрами 3, имеющими шкалу 400 гс и цену деления 10 гс. Ось электродвигателя выходит за торец шкива и имеет фрикционное соединение со счетчиком оборотов. Конструкция держателя дает возможность включить счетчик путем перемещения его в небольших пределах вдоль оси электродвигателя. Шкала счетчика оборотов имеет деление от 0 до 200. Каждое деление соответствует двум оборотам электродвигателя. Поворотом верхнего кольца можно установить указатель на нулевое деление шкалы.

#### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с конструкцией установки для опыта.

2. Закрепить планку с динамометрами в прорези стойки таким образом, чтобы указатели динамометров установились на нуле.

3. Включить прибор через реостат в сеть соответствующего напряжения.

4. Передвинуть динамометры немного вверх, натягивая ленточный тормоз. В результате динамометры дают разные показания  $F_1$  и  $F_2$ , которые записываются в таблицу результатов опыта.

5. Наблюдая за счетчиком оборотов, уловить и зафиксировать момент совпадения нулевого деления шкалы счетчика с указателем кольца и пустить секундомер. Отсчитав по шкале счетчика, например, 1000 оборотов, секундомер остановить.

6. Полученные результаты, т.е. число оборотов и время, за которое электродвигатель проделал данное число оборотов, занести в таблицу.

7. Не включая электродвигатель, поднять динамометры несколько выше с таким расчетом, чтобы нагрузка на динамометрах изменилась примерно на 0,05 кгс, и снова провести измерения, как и раньше.

8. Постепенно увеличивая натяжение ленточного тормоза, повторить опыт несколько раз до полного торможения электродвигателя.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме. 1. Таблица результатов наблюдений (табл. 1.7).

Таблица 1.7

Число оборотов электродвигателя	Время t с	Показатели динамометров		Сила торможения,	Мощность на	
$\phi_{ob}$	bpenn i, e	$F_1$ , H	$F_2$ , H	$F = F_1 - F_2, \mathbf{H}$	двигателя <i>P</i> , Вт	

2. По данным табл. 1.7 ( $\phi_{ob}$  и *t*) найти угловую скорость  $\omega$ , рад/с, электродвигателя при разных режимах работы по формуле

$$\omega = \frac{2\pi\varphi_{ob}}{t}.$$

3. Вычислить мощность электродвигателя по формуле

$$P = Fr\omega$$

где *F* – сила торможения, H; *r* – радиус шкива, м.

4. Построить график зависимости между P и  $\omega$  по нижеприведенной форме. *Р*, Вт

ω, рад/с	<i>Р</i> , Вт	]			
					ω, рад/с

Примечания: 1. Один оборот счетчика равен 200 оборотам электродвигателя. 2. Мощность на шкиве не соответствует мощности двигателя, так как счетчик часть мощности забирает на силы трения.

#### Контрольные вопросы

1. Что такое мощность и в каких единицах она измеряется?

2. Какая зависимость существует между вращающим моментом и угловой скоростью при заданной передаваемой мощности? 3. Что произойдет с вращающим моментом, если при неизменной мощности угловую скорость: a) уменьшить в 5 раз; б) увеличить в 3 раза?

4. Чему равен вращающий момент, приложенный к шкиву ременной передачи?

## Карточки-задания

Вопросы	Ответы
<ol> <li>Чему равна работа силы тяжести при го- ризонтальном перемещении?</li> </ol>	<ol> <li>Произведению силы тяжести на перемещение.</li> <li>Нулю.</li> <li>Произведению силы тяжести на высоту перемещения.</li> </ol>
2. Работа постоянной силы при прямоли- нейном перемещении <i>W</i> = -10 Дж. Какой угол составляет направление силы с на- правлением перемещения?	<ol> <li>Острый.</li> <li>Тупой.</li> <li>Прямой.</li> </ol>
3. Как изменится вращающий момент, ес- ли при одной и той же мощности умень- шить угловую скорость вращения вала?	<ol> <li>Уменьшится.</li> <li>Не изменится.</li> <li>Увеличится.</li> </ol>
4. Какова основная единица мощности в системе СИ?	1. $H \cdot M$ . 2. $\frac{K\Gamma C \cdot M}{C}$ . 3. BT.

## Вариант 1

# Вариант 2

Вопросы	Ответы
1. Что такое мощность?	<ol> <li>Произведение силы на перемещение.</li> <li>Работа, выполненная в единицу времени.</li> <li>Произведение силы на время действия.</li> </ol>
2. Чему равна мощность при враща- тельном движении твердого тела вокруг неподвижной оси?	1. $P = T / \omega$ . 2. $P = \omega / T$ . 3. $P = T \omega$ .

Вопросы	Ответы
3. Как изменится вращающий мо- мент, если при одной и той же мощ- ности увеличить угловую скорость вращения вала?	<ol> <li>Уменьшится.</li> <li>Не изменится.</li> <li>Увеличится.</li> </ol>
4. Какова основная единица работы в системе СИ?	1. кгс · м. 2. Н · с. 3. Дж.

# Лабораторная работа № 1.6. Статическая балансировка деталей

Цель работы: выявить необходимость балансировки вращающихся деталей, ознакомиться с методами балансировки.

#### Теоретическое обоснование

Врашаюшиеся детали машин (зубчатые колеса, маховики, валы двигателей. шпиндели станков и др.) должны быть полностью уравновешены, поэтому им придают такую форму, чтобы их центр тяжести располагался на оси вращения. В реальной действительности из-за неоднородности распределения массы по всему объему детали и неточности изготовле- Рис. 1.23. Сила инерции ния центр тяжести может быть сдвинут



от оси вращения на некоторое расстояние (рис. 1.23). Это приводит к возникновению центробежной силы инерции:

$$F_{\rm M} = m\omega^2 \rho,$$

где m – масса тела, кг;  $\omega$  – угловая скорость, рад/с;  $\rho$  – расстояние от центра тяжести до оси вращения, м.

Так как центробежные силы инерции вызывают колебания фундамента и станин. износ подшипников и других частей машин, то необходимо производить уравновешивание вращающихся масс. чтобы избавиться от вредного действия сил инерции.

Если центр тяжести детали не находится на оси вращения, то создается статическая неуравновешенность. Приведение центра тяжести тела к оси вращения можно произвести либо удалением (высверливанием) части массы, либо добавлением соответствующей массы. Этот процесс уравновешивания называется *статической балансировкой*.

#### Испытательное оборудование

Установка для испытаний (рис. 1.24, a) состоит их двух призм 2, закрепленных на плите 4 при помощи четырех опор 3, регулируемых по высоте. Деталь 1 устанавливается на ребра призмы 2.



Рис. 1.24. Установка для испытаний

Если центр тяжести детали не совпадает с осью вращения, то под действием момента, создаваемого силой тяжести, деталь покатится по ребрам призмы, пока ее центр тяжести (точка C) не займет наинизшее положение (рис. 1.24,  $\delta$ ). Центр тяжести детали располагается на вертикальной диаметральной прямой AC. Для уравновешивания детали необходимо к ней добавить противовес в какой-либо точке, например диаметрально противоположной точке C. Чтобы более точно отыскать положение центра тяжести, деталь несколько раз поворачивают на 90° в одну и другую стороны и после остановки детали отмечают положение верхних точек  $A_1$  и  $A_2$ . Точку A находят как среднее положение этих отметок.

Балансировка заключается в том, что к детали в точке *A* прикрепляют кусочки пластилина в таком количестве, чтобы она в любом положении находилась в равновесии на ребрах призм.

Положение центра тяжести, т.е. расстояние ρ, определяют по формуле

$$\rho = CO = \frac{G_1 \cdot OA}{G},$$

где  $G_1$  – сила тяжести дополнительного груза; G – сила тяжести детали.

Принимая OA = D/2, получим

$$\rho = \frac{G_1}{G} \cdot \frac{D}{2}$$
или  $\rho = \frac{m_A}{m} \cdot \frac{D}{2},$ 

где *m<sub>A</sub>* и *m* – соответствующие массы, кг.

#### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с установкой для статической балансировки.

2. В отчете о работе зарисовать схему установки и эскиз детали.

3. Замерить наружный диаметр детали.

4. Взвесить деталь и записать в отчет значение ее массы.

5. Проверить по уровню горизонтальное расположение граней призмы. С помощью установочных винтов добиться строго горизонтального расположения граней призмы.

6. Проверить чистоту поверхности призмы и детали.

7. Осторожно установить деталь на грани призм и, когда деталь остановится, отметить верхнюю точку мелом или карандашом. Повернуть деталь на 90° вокруг оси и осторожно ее отпустить. Когда она вновь остановится, снова отметить верхнюю точку. Затем снова повернуть деталь на 90°, но в противоположную сторону и отметить верхнюю точку. Все три отметки или совпадут, или будут расположены очень близко. 8. К верхней точке *А* (см. рис. 1.24, *б*) прикрепить кусочек пластилина. Добавляя или снимая кусочки пластилина, добиться того, чтобы деталь, повернутая на некоторый угол и остановленная рукой, оставалась в любом положении неподвижной, т.е. находилась в состоянии безразличного равновесия, а это значит, что деталь статически сбалансирована.

9. Вычислить расстояние от центра тяжести детали до оси. 10. Результаты испытаний занести в табл. 1.8.

Таблица 1.8

Номер замера	Масса детали <i>m</i> , кг	Масса дополнительного груза $m_A$ , кг	Расстояние от центра тяжести до оси по формуле р, мм
1			
2			
3			
Среднее значение	$m_m =$	$m_A =$	

#### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема установки и эскиз детали. Наружный диаметр детали *D* = ... мм; масса детали *m* = ... кг.

2. Таблица результатов испытаний (табл. 1.8).

#### Контрольные вопросы

1. Какие силы инерции возникают при равномерном и неравномерном движениях по криволинейной траектории?

2. Назовите механизмы, в которых центробежные силы являются вредными. В каких механизмах они используются?

3. Что характеризует масса тела?

4. Какая разница между инерцией и силой инерции?

5. Как влияет на направление нормальной и тангенциальной сил инерции направление вращения?

6. Чем вызвана необходимость балансировки вращающихся деталей?

7. В каких случаях можно ограничиться только статической балансировкой?

8. Является ли достаточным условием для полной балансировки детали то, что центр тяжести детали находится на оси вращения?

# Лабораторная работа № 1.7. Определение моментов инерции твердых тел

Цель работы: определить опытным путем момент инерции твердых тел сложной формы.

## Теоретическое обоснование

Вращающий момент Т<sub>е</sub>, приложенный к телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси, равен произведению момента инерции *J* тела относительно этой оси на угловое ускорение є тела.

Основное уравнение динамики вращения твердого тела вокруг неподвижной оси имеет вид:

$$T_e = J\varepsilon$$
,

где T<sub>e</sub> - вращающий момент, Н·м; J - момент инерции тела относительно оси вращения, кг·м<sup>2</sup>;  $\varepsilon$  – угловое ускорение, рад/  $c^2$ .

Момент инерции Ј тела равен сумме произведений масс ма-

териальных точек  $m_i$ , составляющих это тело,

на квадрат их расстояний r; до оси вращения z:

$$J = \sum m_i r_i^2,$$

где *m<sub>i</sub>* — масса отдельной частицы тела; *r<sub>i</sub>* расстояние до оси вращения (рис. 1.25).

Поскольку момент инерции тела относительно данной оси есть величина постоянная, то из основного уравнения вращательного движения вытекает, что при постоянном вращающем моменте  $T_e$  угловое ускорение є бу-



инерции

дет также величиной постоянной, т.е. тело будет осуществлять равнопеременное вращение. Если приложенный вращающий момент  $T_e$  равен нулю, то и угловое ускорение  $\varepsilon$  равно нулю, т.е. тело остается в покое (если оно находилось в нем до этого времени) или вращается с постоянной угловой скоростью.

Нельзя не заметить, что по своему виду основное уравнение динамики вращательного движения похоже на основное уравнение динамики для материальной точки (или, что одно и то же, для поступательного движения тела):

$$F = ma$$

Путем сопоставления приведенных уравнений можно заметить, что вместо модуля силы  $\overline{F}$  в уравнениях присутствует вращающий момент  $T_e$ , вместо массы  $m_i$  – момент инерции *J*, вместо модуля линейного ускорения тела a – угловое ускорение  $\varepsilon$ .

Момент инерции *J* тела при вращательном движении играет ту же роль, что и масса *m* тела при поступательном движении, т.е. момент инерции тела относительно оси является мерой инертности тела при его вращательном движении вокруг этой оси. При одном и том же вращающем моменте угловое ускорение тем меньше, чем больше момент инерции тела относительно оси вращения.

Значительное отличие момента инерции тела от его массы заключается в том, что масса является для тела величиной постоянной, в то время как момент инерции зависит не только от самой вращающейся массы, но и от ее распределения относительно оси вращения. Колеса с тяжелым ободом и легкой втулкой имеют значительно больший момент инерции, чем тело той же массы, но с тяжелой втулкой и легким ободом, поскольку большая часть массы находится на большем расстоянии от оси вращения.

В результате чем более значителен момент инерции тела, тем труднее изменить его движение. Это и используют в маховиках, выполняя их со значительными диаметрами и распределяя большую часть массы по ободу, что позволяет выравнивать ход машины. В табл. 1.9 приведены моменты инерции тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр тяжести тела.

Таблица 1.9

Наименование	Схема тела	Момент инерции
Тонкий прямолинейный стержень		$J_z = \frac{ml^2}{3}$
Кольцо (материальная окружность)	V de z	$J_z = \frac{md^2}{4}$
Тонкий круглый диск	y com z	$J_x = J_y = \frac{md^2}{16}$ $J_z = \frac{md^2}{8}$
Круглый цилиндр		$J_x = J_y = m(\frac{d^2}{16} + \frac{l^2}{3})$ $J_z = \frac{md^2}{8}$
Шар	d x y y	$J_x = J_y = J_z = \frac{md^2}{10}$

Момент инерции  $J_z$  тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции  $J_c$  тела относительно центральной оси, параллельной данной, и произведения массы *m* тела на квадрат расстояния *a* между этими осями (рис. 1.26):



*Рис. 1.26.* Определение момента инерции тела относительно произвольной оси

$$J_z = J_{zc} + ma^2.$$

Таким образом, используя формулу, можно определить момент инерции тела относительно любой оси, если известен момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс тела и параллельной данной. Момент инерции тела относительно центральной оси всегда меньше момента инерции этого тела относительно любой другой оси, ей параллельной. Уравнение позволяет вычислять осевые моменты инерции тел сложных форм. Очень часто тела, образующие звенья механизмов, имеют сложную конфигурацию и тогда приходится определять их моменты инерции опытным путем.

Ниже рассматривается способ определения моментов инерции тел с помощью маятниковых колебаний, который используется чаще других.

#### Испытательное оборудование



Тело l (рис. 1.27), момент инерции которого надо определить, подвешивают на ребро неподвижной призмы 2, отклоняют от вертикального положения на угол  $\varphi$  и затем отпускают. Испытуемое тело совершает колебания в плоскости, перпендикулярной ребру призмы, вокруг точки подвеса O. Момент инерции маятника относительно оси подвеса и период его колебания связаны зависимостью

*Рис. 1.27.* Установка для определения инерции

$$J_c = \frac{T^2}{4\pi^2} mga - ma^2,$$

где  $J_C$  – центральный момент инерции, кг·м<sup>2</sup>; *m* – масса тела, кг; *g* – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>; *a* – расстояние от центра тяжести *C* до точки подвеса *O*, м.

Эта формула приближенная, она справедлива при небольших углах колебания. При  $\phi \leq 70^{\circ}$  ошибка в определении осевого момента инерции не превышает 0,1%. В связи с этим необходимо следить за тем, чтобы угол отклонения осевой линии не превышал 70...80°. Способ маятниковых качений применяют для тел, которые удобно подвесить на ребро трехгранной призмы, например для шатунов, кривошипов и звеньев удлиненной формы с отверстиями. При определении осевого момента инерции способом маятниковых качаний необходимо измерить период колебаний *T*, а также определить массу тела *m* и положение центра тяжести относительно точки подвеса. Массу тела, имеющего ось симметрии, определяют установкой его на ребро трехгранной призмы в положении равновесия (рис. 1.28).

На звене отмечают точки b и d, лежащие напротив ребра призмы. Точки d и b соединяют по линейке и находят точку пересечения этой линии с осью симметрии центра тяжести звена C. Масштабной линейкой измеряют расстояние a от центра тяжести C до точки подвеса звена.



*Рис. 1.28.* Установка детали на призму



*Рис. 1.29.* Определение центра тяжести детали методом взвешивания

Более крупные звенья, также имеющие ось симметрии (рис. 1.29), подвешивают на одной нити *1*, прикрепленной к двум концам звена *2*. В точке подвеса присоединяют отвес *3*. Точка пересечения линий соответствующей нити подвеса с осью симметрии звена является центром тяжести звена.

## Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с установкой и способом определения момента инерции тела.

2. В отчете о работе выполнить эскиз детали, указать точку подвеса и обозначить расстояние от этой точки до предполагаемого положения центра тяжести детали.

3. Определить взвешиванием массу детали в килограммах и записать ее величину в отчет.

4. Определить центр тяжести детали установкой детали на призме или подвешиванием на нити, прикрепленной к детали.

5. Измерить линейкой расстояние от центра тяжести до точки подвеса.

6. Данные записать в отчет.

7. Подвесить деталь на призму и определить период колебаний T. Подвешенную деталь отклонить от вертикального положения на угол не более 70° и отпустить. Деталь начнет совершать колебания. В тот момент, когда деталь придет в одно из крайних положений (правое или левое), следует включить секундомер и вести счет полным колебаниям. Полное колебание происходит тогда, когда деталь снова вернется в начальное положение. При счете 20, т.е. когда деталь совершит 20 полных колебаний, секундомер выключить.

8. Измерение следует повторить не менее 3 раз и данные записать в таблицу.

9. Вычислить время одного полного колебания.

10. Вычислить величину центрального момента инерции.

# Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Эскиз детали с указанием оси симметрии, точки подвеса и расстояния *a* от этой точки до центра тяжести. Масса *m*, кг, детали.

 Эскиз установки детали при определении положения центра тяжести.

3. Результаты испытаний (табл. 1.10).

Число полных колебаний п		
Время полных колебаний t <sub>m</sub> , с	1-й замер	
	2-й замер	
	3-й замер	
	Среднее значение	
Среднее время (период) колебан		
Число полных колебаний п		
Центральный осевой момент инерции, вычисленный по формуле $J_c = \frac{T^2}{4\pi^2}mga - ma^2$ , кг · м <sup>2</sup>		

#### Контрольные вопросы

1. Что такое момент инерции и от чего он зависит?

2. Может ли момент инерции быть отрицательным?

3. Как изменится момент инерции круга, если его диаметр увеличить в 2 раза?

4. Тело массой *m* имеет скорость *v*, а тело массой 0,5*m* – скорость 2*v*. Будут ли одинаковыми у них запасы кинетической энергии?

5. Алюминиевый сплошной цилиндр и медный в виде трубки имеют одинаковые массы и внешние размеры. У какого из этих тел момент инерции относительно геометрической оси больше?

# СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методами сопротивления материалов ведутся практические расчеты и определяются необходимые надежные размеры деталей машин и элементов сооружений. Для решения задач по расчету элементов конструкций необходимо иметь числовые характеристики пластических и прочностных свойств материалов. Эти величины получают путем испытаний стандартных образцов, изготовленных из исследуемого материала. Основным видом механических испытаний материалов являются статические испытания на растяжение и сжатие. При их помощи удается получить наиболее важные характеристики материала, которые находят прямое применение в расчетной практике.

# Лабораторная работа № 2.1. Испытание материалов на растяжение

Цель работы: определить механические характеристики прочности и пластичности стали при растяжении.

#### Теоретическое обоснование

Основной задачей испытания является построение диаграммы растяжения, представляющей собой зависимость удлинения от нагрузки.

Диаграмма дает возможность определить основные характеристики прочности (предел пропорциональности, предел текучести, предел прочности) и пластичности (относительное удлинение, относительное остаточное сужение).

Результаты испытания на растяжение зависят не только от свойств материала, но и от формы и размеров испытуемых образцов, а также от условий их нагружения. Для получения сравнимых результатов испытание на растяжение проводят в соответствии с ГОСТ 1497-73 «Металлы. Методы испытания на растяжение».
## Форма и размеры образцов

Стандартный металлический образец для испытаний на растяжение показан на рис. 2.1.



Puc. 2.1. Схема образца для испытаний на растяжение

Длина цилиндрической части образца равна  $11d_0$ , где  $d_0$  – диаметр образца. Расчетная длина  $l_0 = 10d_0$  для длинных образцов и  $l_0 = 5d_0$  – для коротких. При диаметре  $d_0 = 20$  мм образец называется нормальным.

Обозначив через А0 площадь сечения образца, получим для

нормального образца такое соотношение:  $d_0 = \sqrt{\frac{4A_0}{\pi}} = = 1,13\sqrt{A_0}$ .

Таким образом, для длинных образцов  $l_0$  = 1,13  $\sqrt{A_0}$ , для коротких  $l_0$  = 5,65  $\sqrt{A_0}$ .

Применение коротких образцов предпочтительней. Для испытаний применяются такие образцы некруглого поперечного сечения: ширина стандартного образца прямоугольного сечения втрое больше его толщины, а его расчетная длина  $l_0$  также

принимается равной 1,13  $\sqrt{A_0}$ .

## Испытательное оборудование

Для проведения испытаний на растяжение можно использовать разрывную машину модели P5, универсальную испытательную машину УММ5, испытательные машины ИМ4А, ИМ12А, ИМ4Р или другие, имеющие диаграммный аппарат для регистрации испытаний. Машина УММ5 (рис. 2.2) предназначена для статических испытаний на растяжение, сжатие, изгиб и срез (при наличии специального приспособления), снабжена универсальными захватами *1* и 2. При установке образца на растяжение нижний захват 2 перемещается вручную вдоль направляющих колен 5 рукояткой. После закрепления образца в захватах машин включают электродвигатель 3, который через коробку скоростей вращает гайку; при этом винт 4 перемещает нижний захват 2 вниз.



*Рис. 2.2.* Универсальная испытательная машина модели УММ5

*Рис. 2.3.* Схема испытательной машины модели Р5

Закрепленный в машине образец соединяет верхний и нижний захваты, поэтому перемещение нижнего захвата повлечет перемещение верхнего захвата. Последний связан через рычажную систему с маятником *6*, который отклоняется от вертикального положения. Отклонение маятника передается на механизм, перемещающий стрелку круговой шкалы нагрузок 7. Угол отклонения маятника определяет силу, растягивающую образец.

Разрывная машина Р5 предназначена для испытания образцов из металлов на растяжение, а также на сжатие и изгиб (рис. 2.3). Машина имеет тиристорный привод, позволяющий осуществлять плавную регулировку перемещения активного захвата от

1 до 100 мм/мин. Силоизмеритель - маятниковый. Наибольшая предельная нагрузка – 49,05 кН. Масштаб записи диаграммы: по нагрузке – 1 мм высоты ординаты соответствует 1/230 наибольшего значения нагрузки: по деформации – 10 : 1, 50 : 1. 100 : 1 по отношению к ходу активного захвата. Машина состоит из следующих основных частей: основания 1. электромеханического привода активного захвата 3, шкафа 9, силоизмерителя и самопишушего прибора 8. Врашательное движение двигателя через червячный редуктор и зубчатую передачу сообщается двум винтам 4. Вращение этих винтов преобразуется гайками, размещенными в траверсе 2, в поступательное движение активного захвата. На верхней неподвижной траверсе 6 установлен рычаг силоизмерителя и пассивный захват 5. На циферблате отсчетного устройства 7 нанесены три шкалы, соответствующие диапазону нагрузки, кН: шкала А - 0...9,81 кН, шкала Б – 0...19,62 кН, шкала В – 0...49,05 кН.

Машина снабжена системой автоматических устройств, останавливающих ее при разрушении образца; предусмотрено также ускоренное перемещение активного захвата без нагрузки — 200 мм/мин.

На рис. 2.4 показана схема испытательной машины ИМ4А, основными элементами которой являются станина, нагружа-



Рис. 2.4. Схема испытательной машины ИМ4А

ющее устройство, силоизмерительный механизм и диаграммный аппарат.

Приспособление 19 (реверсор) вместе с образцом устанавливается на опорную площадку 5 винта 4, который вращением маховичка (вручную) перемещают до соприкосновения приспособления с упорной шайбой 6, закрепленной шарнирно, и стопорят винтом 21. Также шарнирно закреплен грузовой рычаг 7 с маятником 9 на конце.

При включении электродвигателя 1 движение через червячно-зубчатый редуктор (2, 3, 22) сообщается гайке 22, вызывая перемещение винта 4 и отклонение маятника 9 от вертикального положения. Перемещение винта 4 приводит к постепенному нагружению образца. Момент груза 9 относительно оси шарнира 8 грузового рычага 7 равен моменту силы, действующей на рычаг, относительно этого шарнира.

На одной оси с маятником 9 закреплен рычаг 10, который перемещает каретку с карандашом 18 и стрелкой 16 вдоль шкалы 17. Для прочерчивания диаграммы смонтировано записывающее устройство, состоящее из привода 11, ведущего барабана 13, намотанной на него миллиметровой бумаги 14, закрепленной с помощью прижимных устройств 15, 20, и ведомого барабана 12. Масштаб диаграммы 100 : 1, по оси нагрузки 1 мм соответствует 98,1 Н. На машине производятся испытания на растяжение, сжатие и изгиб, а также определение модуля продольной упругости и коэффициента Пуассона.

Типичная диаграмма растяжения представлена на рис. 2.5, а.

В начале испытания (до точки *A* с ординатой  $F_{pr}^{*}$ ) удлинение  $\Delta l$  растет пропорционально нагрузке *F*, т.е. материал подчи-



Рис. 2.5. Диаграмма растяжения образцов из пластичных материалов

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Индекс *pr* от англ. proportional – пропорциональный.

няется закону Гука. Это зона упругости. Точка  $A_1 (F_{el})^*$  соответствует моменту, когда в материале начинают появляться незначительные остаточные деформации (удлинение не более 0,05%). Далее удлинение возрастает не пропорционально силе *F*. Горизонтальный участок *BC*, которому соответствует нагрузка  $F_y^{**}$ , называют площадкой текучести. Пластическая деформация охватывает весь объем материала, а на поверхности образца появляются полосы Людерса – Чернова, следы сдвига частиц. Это явление называется текучестью материала.

По окончании стадий текучести материала образец снова начинает сопротивляться нагрузке (до точки D с ординатой  $F_u^{***}$ ), после которой наблюдается снижение сопротивляемости нагрузке. Это обстоятельство объясняется тем, что на образце в месте будущего разрыва образуется местное сужение, так называемая шейка, и деформация образца носит местный характер (в области шейки). Площадь в поперечном сечении образца в шейке быстро уменьшается, падает растягивающее усилие.

В наименьшем сечении шейки происходит разрыв образца (точка *E* на рис. 2.5, *a*).

Опыт показывает, что если в какой-либо точке K диаграммы растяжения образец разгрузить, то в процессе разгрузки зависимость между силой и удлинением изображается линией KO', параллельной прямой OA.

При разрушении образца (точка E на диаграмме) удлинение полностью не исчезает, оно уменьшается на величину упругой части  $\Delta l_{el}$ .

Таким образом,

$$\Delta l_{\Sigma} = \Delta l_{el} + \Delta l_r \,,$$

где  $\Delta l_{\Sigma}$  – полное удлинение (деформация);  $\Delta l_{el}$  – упругое удлинение;  $\Delta l_r^{****}$  – остаточное удлинение (пластическая деформация).

При испытании образцов на высокочувствительных жестких машинах зона текучести характеризуется зубчатостью диаграммы растяжения (рис. 2.5,  $\delta$ ). Такой характер кривой текучести объясняется неоднородностью деформации, различием

<sup>\*</sup> Индекс *el* от англ. elastic – упругий.

<sup>\*\*</sup> Индекс у от англ. yield – текучесть.

<sup>&</sup>lt;sup>\*\*\*</sup> Индекс *u* от англ. ultimate – предел.

<sup>\*\*\*\*</sup> Индекс *r* от англ. residual – остаточный.

размеров, формы и ориентации зерен реального металла и особенностями деформационного упрочнения при растяжении.

При упругом удлинении (до точки *B*) сопротивление материала повышается за счет обычного деформационного упрочнения путем сдвигов одних участков кристаллов относительно других. Затем картина пластической деформации изменяется и диаграмма изображается скачкообразной кривой.

Для получения механических характеристик материала диаграмму растяжения перестраивают в координатах ( $\sigma$  и  $\varepsilon$ ), не зависящих от абсолютных размеров образца. Для этого ординаты уменьшают в  $A_0$  раз, а абсциссы в  $l_0$  раз, где  $A_{0, l_0}$  – соответственно площадь поперечного сечения и расчетная длина образца до нагружения.

Учитывая, что  $A_0$  и  $l_0$  – величины постоянные, диаграмма  $\sigma = f(\varepsilon)$  имеет тот же вид, что и диаграмма растяжения, но характеризует не свойства образца, а свойства материала.

По результатам испытаний находят числовые значения характеристик прочности и пластичности материала.

Предел пропорциональности  $\sigma_{pr}$  – это наибольшее напряже-

ние, до которого материал подчиняется закону Гука <br/>  $\sigma_r$  =  $F_{pr}$  /  $A_0.$ 

Величина  $F_{pr}$  определяется по точке (точка A), где наблюдается отклонение диаграммы от прямолинейного участка.

Предел текучести  $\sigma_y$  – напряжение, при котором в материале появляются заметные удлинения без увеличения нагрузки:

$$\sigma_y = F_y / A_0.$$



$$\sigma_{0,2} = F_{0,2} / A_0.$$

Нагрузка  $F_{0,2}$ , соответствующая условному пределу текучести, определятся следующим образом. От на-



*Рис. 2.6.* Определение условного предела текучести

чала координат в масштабе откладывается отрезок OK, равный 0,002  $l_0$ . Из точки K проводят прямую линию, параллельную начальному участку кривой растяжения. Ордината точки пересечения этой прямой с кривой растяжения и принимается за нагрузку условного предела текучести.

Например, для образца, изображенного на рисунке, имеющего длину рабочей части  $l_0 = 80$  мм, допускаемое остаточное удлинение в 0,2% от первоначальной рабочей длины образца равно  $80 \cdot 0,002 = 0,16$  мм. На диаграмме это составляет 0,16 · 100 = = 16 мм.

Предел прочности (временное сопротивление  $\sigma_u$ ) — это отношение наибольшей нагрузки, выдерживаемой образцом, к первоначальной площади его поперечного сечения:

$$\sigma_u = F_u / A_0.$$

Следует отметить, что  $\sigma_u$  не является напряжением, при котором разрушается образец.

Истинное напряжение в момент разрыва

$$\sigma_E = F_E / A_1,$$

где  $F_E$  – величина растягивающей силы в момент разрыва;  $A_1$  – площадь поперечного сечения шейки после разрыва образца.  $\sigma_E$  не имеет инженерного применения и на практике не определяется. Мерой пластичности материала являются две характеристики материала, определяемые при испытании на растяжение – относительное остаточное удлинение при разрыве  $\delta$  и относительное остаточное сужение при разрыве  $\psi$ :

$$\delta = \frac{\left(l - l_0\right)}{l_0} \cdot 100\%,$$

где *l* — расчетная длина образца после разрыва; *l*<sub>0</sub> — расчетная длина образца до растяжения;

$$\Psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\%.$$

Для пластичных материалов  $\delta$  и  $\psi$  изменяются в пределах 2...5%.

Предел упругости  $\sigma_{el}$  (наибольшее напряжение, до которого материал не получает остаточных деформаций) по диаграмме растяжения не получают, так как для этого требуются более точные измерения.

# Порядок выполнения работы

1. Перед испытаниями ознакомиться с устройством машины и ее характеристиками (тип машины, цена деления шкалы силоизмерительного устройства, масштаб записи диаграммы по нагрузке и деформации).

2. Измерить штангенциркулем (с точностью до 0,01 мм) расчетную длину  $l_0$ , предварительно намеченную легким кернением, и диаметр образца в трех местах. Данные занести в соответствующие графы отчета.

3. Вычислить первоначальную площадь поперечного сечения образца.

4. Укрепить на барабане самописца миллиметровую бумагу и карандаш.

5. Установить образец в захваты машины.

6. Постепенно нагружая образец, довести его до разрушения.

7. В процессе испытания вести наблюдение за поведением образца на диаграмме, вычерчиваемой записывающим устройством машины.

8. После разрыва образца остановить машину и вынуть из захватов обе части образца; снять с барабана самописца бумагу с диаграммой.

#### Обработка результатов испытания

1. Аккуратно сложить обе части разрушенного образца и измерить расчетную длину  $l_1$  после разрыва.

2. Измерить диаметр *d*<sub>1</sub> образца в наименьшем сечении шейки и вычислить площадь поперечного сечения *A*<sub>1</sub>.

3. Произвести обработку диаграммы, полученную в координатах F = N и  $\Delta l$  (рис. 2.7).

Координатные оси наносятся таким образом, чтобы ось абсцисс (ось  $\Delta l$ ) совмещалась с нулевой линией диаграммы, а для проведения оси ординат находят начало координат (точка 0), продолжая прямолинейный участок до пересечения с осью абсиисс. При этом исключается начальный криволинейный участок диаграммы, возникающий вследствие первоначального обжатия головок образца в захватах машины. В соответствии с рис. 2.7



Рис. 2.7. Графический способ определения предела пропорциональности

отметить на диаграмме характерные точки: точку A – конец прямолинейного участка; точку B – начало площадки текучести, т.е. участка, параллельного оси  $\Delta l$ ; точку C – конец площадки текучести; точку D – максимальную нагрузку; точку E – нагрузку в момент разрыва образца. Линия EK, проведенная параллельно линии OA, отсекает на оси абсцисс величину  $\Delta l$  остаточного удлинения образца в масштабе диаграммы; ординаты точек A, B и C в масштабе выражают соответствующие нагрузки.

4. По полученным данным вычислить характеристики прочности, МПа:  $\sigma_{pr}$ ,  $\sigma_v$ ,  $\sigma_u$  и характеристики пластичности, %:  $\delta$  и  $\psi$ .

5. Построить условную диаграмму растяжения образца в координатах σ и ε, отметив на диаграмме характерные точки, соответствующие пределам пропорциональности, текучести, прочности.

6. По ГОСТу определить марку стали образца и установить область применения данного материала. Марка стали определяется по трем характеристикам:  $\sigma_v$ ,  $\sigma_u$  и  $\delta$  (табл. 2.1).

7. Оформить отчет по работе.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

Цель работы: определить механические характеристики прочности и пластичности стали при растяжении.

1. Схема образца.

2. Размеры образца:

До опыта	После опыта
Эскиз	Эскиз
Диаметр <i>d</i> <sub>0</sub> = мм	Диаметр шейки d <sub>1</sub> =мм
Расчетная длина <i>l</i> <sub>0</sub> = мм	Расчетная длина <i>l</i> <sub>1</sub> = мм
Площадь сечения $A_0 = \text{ мм}^2$	Площадь сечения $A_1 = \text{ мм}^2$

3. Схема диаграммы растяжения.

4. Данные опыта.

4.1. Нагрузка, соответствующая пределу пропорциональности  $F_{pr}$  = ... H.

4.2. Нагрузка, соответствующая пределу текучести  $F_y = \dots$  Н. 4.3. Нагрузка, соответствующая пределу прочности образца  $F_u = \dots$  Н.

4.4. Нагрузка, соответствующая разрыву образца  $F_K = ...$  Н.

5. Результаты опыта.

5.1. Характеристики прочности:

- предел пропорциональности, МПа:

$$\sigma_{pr} = \dots;$$

– предел текучести, МПа:

$$\sigma_v = \dots;$$

– предел прочности, МПа:

$$\sigma_u = \dots$$

5.2. Характеристика пластичности:

- относительное остаточное удлинение, %:

$$\delta = \frac{l-l_0}{l_0} \cdot 100\%;$$

- относительное остаточное сужение, %:

$$\Psi = \frac{A_0 - A_1}{A_1} \cdot 100\%.$$

6. Заключение.

Используя ГОСТы, определить марку стали по  $\sigma_y$ ,  $\sigma_u$  и  $\delta$ , % (табл. 2.1).

## Контрольные вопросы

1. Какова цель проведения механических испытаний материалов?

2. Что называется диаграммой растяжения?

3. Сформулируйте закон Гука и запишите его в виде формулы, поясните значение входящих в нее величин.

4. Что называется пределом пропорциональности, упругости, текучести и прочности?

5. Как определяется по диаграмме растяжения условный предел текучести?

6. Напишите формулы абсолютной и относительной продольных деформаций бруса.

7. Какие деформации называются упругими и остаточными (пластическими)?

8. Дайте определение относительного остаточного сужения поперечного сечения образца и относительного остаточного удлинения.

9. С какой целью строится диаграмма растяжения образца и в каких координатах?

10. Что понимается под наклепом стали? Используется ли наклеп в технике?

Таблица 2.1

Сталь	Временное сопро- тивление при рас- тяжении $\sigma_{ut}$ , МПа	Относительное уд- линение для длин- ного образца δ, %	Относительное удли- нение для короткого образца δ, %, не менее	Предел теку- чести σ <sub>y</sub> , МПа, не менее
Ст 0	320470	18	22	130
Ст 1	320400	28	33	-
Ст 2 Ст 2	340420 380400	26 23	51 27	220
Ст 3	410430 440470	22 21	26 25	240
Ст 4	429440 450480 430520 500530	21 20 19 17	26 24 23 27	260
Ст 5	540570 580620 600630	16 15 13–15	20 19 16	280
Ст 6	640870 680720 700740	12 11 9	14 13 11	300
Ст 7	750790 300 и более	3 7	10 9	320

# Лабораторная работа № 2.2. Испытание на сжатие образцов из пластичных и хрупких материалов

Цель работы: ознакомиться с методами проведения испытаний на сжатие пластичных и хрупких материалов; дать сравнительную оценку их механических свойств и видов разрушения.

# Теоретическое обоснование

Материалы, используемые в инженерной графике, обычно условно делят на две группы.

Материалы, способные не разрушаться, получая значительные остаточные деформации  $\varepsilon_r$ , относят к пластичным материалам (медь, алюминий, латунь, низкоуглеродистая сталь).

Противоположным пластичности свойством является хрупкость, т.е. способность материала разрушаться при незначительных остаточных деформациях. Для таких материалов величина остаточного удлинения при разрыве не превышает 2...5%, а в ряде случаев измеряется долями процента (чугун, высокоуглеродистая инструментальная сталь, камень, бетон, стекло, стеклопластики и др.).

Деление материалов на пластичные и хрупкие является относительным, так как в зависимости от условий испытаний (скорость нагружения, температура) и вида напряженного состояния хрупкие материалы способны вести себя, как пластичные, а пластичные — как хрупкие.

Например, чугунный образец в условиях всестороннего сжатия ведет себя, как пластичный материал, т.е. не разрушается даже при значительных деформациях. И наоборот, стальной образец с выточкой разрушится при сравнительно небольшой деформации.

Испытания на сжатие, несмотря на их простоту, проводят реже, чем испытания на растяжение. Объясняется это следующим. Для пластичных материалов модуль упругости E, предел упругости  $\sigma_{el}$ , предел текучести  $\sigma_y$  при сжатии примерно те же, что и при растяжении.

Напряжение, соответствующее разрушающей силе, при сжатии пластичных материалов получить нельзя, так как образец не разрушается, а превращается в диск и сжимающая сила постоянно возрастает. Характеристики, аналогичные относительному удлинению  $\delta$  и относительному сужению  $\psi$  при разрыве, при испытании пластичных материалов на сжатие также получить нельзя.

На практике испытаниям на сжатие подвергают главным образом хрупкие материалы, которые, как правило, лучше сопротивляются сжатию, чем растяжению, и применяются для изготовления элементов, работающих на сжатие (стержни ферм, колонны, штоки паровых машин и поршневых насосов и другие детали). Для их расчета на прочность необходимо знать характеристики материала, получаемые при испытании на сжатие.

## Форма и размеры образцов

При испытаниях на сжатие пользуются образцами небольшой высоты. Образцы сжимаются между плоскими плитами испытательной машины. При испытаниях приходится считаться с двумя обстоятельствами: силами трения, возникающими между торцами образца и плитами машины, и вероятностью изгиба образца.

Влияние сил трения уменьшается с увеличением высоты образца, но во избежание искривления необходимо применять короткие образцы. Влияние трения можно уменьшить смазкой опорных поверхностей (вазелин, солидол), использованием прокладок из материалов с низким коэффициентом трения (фторопласт) или применением образцов с торцевыми выточками.

Для металла применяют цилиндрическую форму образцов с соотношением длины *l* образца к его диаметру *d* от 1 до 3:

$$l = (1...3) d.$$

При испытании на сжатие дерева, цемента, бетона применяют образцы в виде куба. Размеры испытуемых образцов определяют предельной нагрузкой, которую может обеспечить испытательная машина.

# Испытательное оборудование

Испытания на сжатие можно проводить на универсальных испытательных машинах УММ5, Р5 и др. Предельные нагрузки в них достигают 49 кН, поэтому на сжатие можно испытывать образцы небольших размеров поперечного сечения. Для создания больших нагрузок применяют универсальную машину с гидравлическим приводом (УММ20, ГМС20 и др.).

## Порядок проведения испытания

Перед испытанием учащиеся знакомятся с устройством машины, а в отчете по лабораторным работам записывают:

а) тип испытательной машины;

б) цену деления шкалы силоизмерительного устройства;

в) масштаб записи диаграммы нагрузок по оси деформации (сжатия).

## Испытание на сжатие образца из пластичного материала

Провести испытание в следующем порядке.

1. Измерить диаметр и высоту образца штангенциркулем.

2. Установить образец *1* между опорными плитами *2* машины в соответствии с рис. 2.8.

3. Проверить работу диаграммного аппарата, для чего повернуть барабан вхолостую и получить «нулевую линию».

4. Включить электродвигатель машины и наблюдать за процессом сжатия образца. Диаграмма сжатия пластичного материала представлена на рис. 2.9. Первоначальный участок диаграммы представляет собой прямую линию, которая отражает пропорциональную зависимость между нагрузкой и деформацией (закон Гука). При дальнейшем сжатии образец деформи-



*Рис. 2.8.* Установка образца при сжатии



Рис. 2.9. Диаграмма сжатия пластичного материала

руется без значительного увеличения нагрузки (материал течет) и стрелка силоизмерителя резко замедляет свое движение. Затем нагрузка начинает вновь возрастать, образец непрерывно сжимается, поперечное сечение его увеличивается, образец сплющивается.

5. При достижении нагрузки, близкой к предельной для данной испытательной машины, электродвигатель необходимо выключить во избежание поломок частей машины и произвести разгрузку образца.

6. Вычислить предел текучести при сжатии, МПа:

$$\sigma_y = F_y / A_0,$$

где  $F_y$  – нагрузка, соответствующая пределу текучести материала, Н;  $A_0$  – площадь поперечного сечения образца до испытания. мм<sup>2</sup>.

При сжатии образец приобретает слегка бочкообразную форму, благодаря тому что силы трения между торцами образца и опорными плитами препятствуют близлежащим слоям материала расширяться в поперечном направлении. Смазка торцов мо-



*Рис. 2.10.* Стадии деформации образца из стали при сжатии

жет ослабить это влияние. На рис. 2.10 представлены различные стадии деформации образца из стали при сжатии.

## Испытание на сжатие образца из хрупкого материала

Испытание чугуна дает возможность определить его механическую характеристику (предел прочности при сжатии).

Образцы должны быть следующих размеров: h = 11...12 мм,  $a \times b = 7 \times 7$  мм. Скорость перемещения подвижной части машины не должна превышать 2 мм/мин.

Порядок проведения испытания остается таким же, как и при испытании стального образца.

Предел прочности чугуна на сжатие, МПа, определяется по формуле

$$\sigma_{uc} = \frac{F_{uc}}{A_0},$$

где  $F_{uc}$  – наибольшая нагрузка, H;  $A_0$  – площадь поперечного сечения образца до испытания, мм<sup>2</sup>.

На рис. 2.11 показаны образцы из чугуна до и после испытания. На разрушенном образце видны трещины, которые обычно располагаются под углом 45° к оси образца.







*Рис. 2.12.* Диаграмма сжатия чугуна

Диаграмма сжатия чугуна, которая не имеет прямолинейного участка, а, постоянно искривляясь, обрывается в момент разрушения, представлена на рисунке 2.12.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

Цель работы: ознакомиться с методами проведения испытаний на сжатие пластичных и хрупких материалов. Дать сравнительную оценку их механических свойств и видов разрушения.

1. Испытание образца из пластичного материала.

1.1. Схема и размеры образца:

До опыта	После опыта
Эскиз	Эскиз
Диаметр $d_0 = \dots$ мм	Диаметр $d_1$ =мм
Высота $h_0 = \dots$ мм	Высота $h_1$ = мм
Площадь поперечного сечения	Площадь поперечного сечения
$A_0 = \dots$ мм <sup>2</sup>	$A_1$ = мм <sup>2</sup>

1.2. Диаграмма сжатия пластичного материала.

1.3. Данные и результаты испытания:

— нагрузка, соответствующая пределу текучести,  $F_v = ...$  Н.

– предел текучести  $\sigma_v = \dots$  МПа;

- нагрузка в момент прекращения опыта  $F_{uc} = ...$  H;
- характер разрушения.
- 2. Испытание образца из хрупкого материала.
- 2.1. Схема и размеры образца:

До опыта	После опыта
Эскиз	Эскиз
Диаметр $d_0$ = мм (или сечение <i>a</i> , <i>в</i> , мм)	
Площадь поперечного сечения $A_0 = \dots \text{ мм}^2$	

- 2.2. Диаграмма сжатия хрупкого материала.
- 2.3. Данные и результаты опыта:
  - разрушающая нагрузка  $F_{uc}$  = ... H;
  - предел прочности при сжатии, МПа:

$$\sigma_{uc} = \frac{F_{uc}}{A_0};$$

- характер разрушения.

## Контрольные вопросы

1. Какие механические характеристики можно определить при испытании на сжатие: а) пластичных материалов; б) хрупких материалов?

2. Чем обусловлены размеры образцов при испытании на сжатие?

3. Какими способами можно уменьшить влияние сил трения между торцами образца и опорными плитами?

4. Чем отличаются первоначальные участки диаграмм сжатия чугуна и стали?

5. Чем объясняется разрушение чугунных образцов по плоскости, проходящей под углом 45° к оси образца?

# Карточки-задания к лабораторным работам № 2.1, 2.2

Вопросы	Ответы		
1 Какое из приведенных на- пряжений ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ ) пока- зывает предел текучести $\sigma_y$ ?			
2. Что называется пределом те- кучести σ <sub>y</sub> ?	<ol> <li>Наибольшее напряжение, при котором справедлив закон Гука.</li> <li>Напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.</li> <li>Наибольшее условное напряжение, кото- рое выдерживает металл.</li> <li>Напряжение, при котором остаточной де- формацией пренебрегают.</li> </ol>		
3 Какие деформации возникают до предела пропорциональности $\sigma_{pr}$ ?	<ol> <li>Пластическая.</li> <li>Упругая.</li> <li>Деформация не возникает.</li> <li>Упругая и пластическая.</li> </ol>		
4. Что надо знать для определения характеристик пластичности?	<ol> <li>Первоначальную длину образца l<sub>0</sub>, первоначальную площадь его сечения A<sub>0</sub>, длину и площадь сечения образца после испытания l<sub>1</sub>, A<sub>1</sub>.</li> <li>Предел пропорциональности.</li> <li>Предел текучести.</li> <li>Силу, растягивающую образец.</li> </ol>		
5. Какие напряжения возникают (при растяжении, сжатии) в продольных сечениях?	<ol> <li>Нормальные.</li> <li>Касательные.</li> <li>Напряжения не возникают.</li> <li>Нормальные и касательные.</li> </ol>		

# Вариант 1

# Вариант 2



Вопросы	Ответы
2. Что называется пределом упругости σ <sub>el</sub> ?	<ol> <li>Наибольшее напряжение, при котором справедлив закон Гука.</li> <li>Напряжение, при котором происходит</li> </ol>
	<ul> <li>рост деформации без увеличения нагрузки.</li> <li>3. Напряжение, при котором происходит разрыв образца.</li> <li>4. Напряжение, при котором остаточная де-</li> </ul>
	формация настолько мала, что ею можно пренебречь.
3. Что называется наклепом?	1. Явление, при котором увеличивается остаточная дефомация $\varepsilon_r$ и уменьшается предел пропорциональности $\sigma_{pr}$ .
	2. Явление, при котором увеличивается пре- дел пропорциональности σ <sub>pr</sub> и уменьшает- ся остаточная деформация ε
	3. Явление, при котором увеличивается остаточная деформация $\varepsilon_r$ и увеличивается
	предел пропорциональности $\sigma_{pr}$ . 4. Явление, при котором уменьшается остаточная деформация $\varepsilon_r$ и уменьшается предел пропорциональности $\sigma_{pr}$ .
4. Какие деформации возника- ют за пределом пропорцио- нальности?	<ol> <li>Пластическая.</li> <li>Упругая.</li> <li>Деформации нет.</li> <li>Упругая и пластическая.</li> </ol>
5. Какие механические харак- теристики можно определить при испытании пластичных материалов на сжатие?	1. $\sigma_y, \sigma_u, \sigma_{el}$ . 2. $\sigma_{pr}$ . 3. $\sigma_u$ . 4. $\sigma$ .

# Вариант 3

Вопросы	Ответы
1. Какое из приведенных на- пряжений ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ ) пока- зывает предел прочности $\sigma_u$ ?	$\sigma_{1}$ $\sigma_{2}$ $\sigma_{3}$ $\sigma_{4}$ $\varepsilon$
2. Какое напряжение называется пределом пропорциональности σ <sub>pr</sub> ?	<ol> <li>Наибольшее напряжение, которое выдер- живает материал.</li> <li>Наибольшее напряжение, при котором справедлив закон Гука.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
	<ol> <li>Напряжение, при котором происходит рост деформации при увеличении нагрузки.</li> <li>Напряжение, вследствие которого происхо- дит разрыв образца.</li> </ol>
3. Какие деформации возникают до предела пропорциональности $\sigma_{pr}$ ?	<ol> <li>Упругая.</li> <li>Пластическая.</li> <li>Деформации отсутствуют.</li> <li>Упругая и пластическая.</li> </ol>
4. Почему за пределом про- чности диаграмма поворачи- вает вниз?	<ol> <li>Сопротивление образца падает из-за ослабления нагрузки.</li> <li>Сопротивление образца падает из-за об- разования шейки.</li> <li>Сопротивление образца падает из-за воз- никновения остаточных деформаций.</li> <li>Сопротивление образца падает из-за воз- никновения максимального касательного напряжения т<sub>тах</sub>.</li> </ol>
5. По какой формуле определя- ется абсолютная продольная деформация при растяжении (сжатии)?	1. $\varepsilon = \sigma/E$ . 2. $\Delta l = \frac{N_z l}{EA}$ . 3. $\Delta l = \frac{\sigma l}{EA}$ . 4. $\varepsilon = \Delta l/l$ .

# Вариант 4

Вопросы	Ответы			
1. Какое из приведенных на- пряжений (σ <sub>1</sub> , σ <sub>2</sub> , σ <sub>3</sub> , σ <sub>4</sub> ) пока- зывает предел пропорцио- нальности σ <sub>pr</sub> ?				
2. Какое напряжение называ- ется пределом текучести σ <sub>y</sub> ?	<ol> <li>Напряжение, при котором происходит разрыв образца.</li> <li>Наибольшее условное напряжение, кото- рое может выдержать материал.</li> <li>Наибольшее напряжение, при котором справедлив закон Гука.</li> <li>Напряжение, при котором происходит рост деформации без увеличения нагрузки.</li> </ol>			

Вопросы	Ответы
3. Что происходит при накле- пе?	<ol> <li>Увеличивается упругая деформация ε<sub>el</sub> и увеличивается предел пропорциональнос- ти σ<sub>pr</sub>.</li> <li>Уменьшается остаточная деформация ε<sub>r</sub> и увеличивается предел пропорциональнос- ти σ<sub>pr</sub>.</li> <li>Уменьшается упругая деформация ε<sub>el</sub> и уменьшается предел пропорциональности σ<sub>pr</sub>.</li> <li>Увеличивается остаточная деформация ε<sub>r</sub> и уменьшается предел пропорциональности σ<sub>pr</sub>.</li> </ol>
<ol> <li>Что представляют собой линии Чернова – Людерса?</li> <li>5. Какие из перечисленных ма-</li> </ol>	<ol> <li>Следы максимальных сдвигов, соответствующих σ<sub>max</sub>.</li> <li>Линии, показывающие, в каких сечениях возникают τ<sub>max</sub>.</li> <li>Следы максимальных сдвигов, соответствующих τ<sub>max</sub>.</li> <li>Линии, показывающие, в каких сечениях возникают σ<sub>max</sub>.</li> <li>Линии, показывающие, в каких сечениях возникают σ<sub>max</sub>.</li> </ol>
сопротивляются как растяжению, так и сжатию?	<ol> <li>1. Пластичные.</li> <li>2. Хрупко-пластичные.</li> <li>3. Твердые.</li> <li>4. Хрупкие.</li> </ol>

# Практическая работа № 2.1. Расчет на прочность при растяжении-сжатии

**Цель работы:** изучить методику расчетов на прочность элементов конструкций; научиться выполнять проверочные и проектировочные расчеты, оценивать экономичность конструкций; развивать самостоятельное мышление.

Задание: рассчитать на прочность шарнирно-стержневую систему.

## Теоретическое обоснование

Реакции связей, определенные с использованием уравнений статики в дальнейших расчетах элементов конструкций, являются внешними нагрузками при различных видах деформаций, например при осевом растяжении или сжатии. Осевым растяжением (сжатием) называют такой вид деформации, при котором под действием внешних сил внутренние силы упругости, возникающие в поперечном сечении стержня, приводятся к одному внутреннему силовому фактору — продольной (растягивающей или сжимающей) силе N.

Продольные силы определяются с использованием метода сечений, по правилу РОЗУ.

1. Продольная сила в произвольном сечении численно равна алгебраической сумме проекций на ось стержня всех внешних сил, расположенных по одну сторону от данного сечения. При использовании метода сечений продольную силу в сечении следует направлять от сечения. Полученная в результате положительная величина характеризует деформацию растяжения, отрицательная – сжатия.

2. Продольная сила *N*, приходящаяся на единицу площади в данной точке рассматриваемого сечения, называется нормальным напряжением о. Знак напряжения зависит от знака продольной силы в рассматриваемом сечении.

Деформация стержня характеризуется относительной продольной ( $\varepsilon$ ) и относительной поперечной ( $\varepsilon_t$ ) деформациями.

Абсолютная продольная деформация  $\Delta l = l_1 - l_1$ , где  $l_1 - дли-$ на стержня до и после деформации соответственно.

Абсолютная поперечная деформация  $\Delta a = a_1 - a$ , где  $a, a_1 - a_3$  размер поперечного сечения стержня до и после деформации соответственно.

3. Отношение поперечной ( $\varepsilon_t$ ) и продольной ( $\varepsilon$ ) деформаций для каждого изотропного тела практически постоянно и называется коэффициентом Пуассона v (коэффициентом поперечной деформации):

$$v = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}, \ 0 < v \le 0,5.$$

Зависимость между нормальным напряжением  $\sigma$  и относительной продольной деформацией  $\epsilon$  выражается законом Гу-

ка:  $\sigma = E\varepsilon$ . Учитывая, что  $\sigma = \frac{N}{A}$ , а  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , закон Гука для участка стержня длиной *l* можно написать в виде:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{\sigma l}{E}$$
 при  $\sigma \leq \sigma_{pr}$ ,

где *EA* – жесткость сечения стержня при растяжении (сжатии); *E* – модуль продольной упругости материала стержня.

Полученное выражение называют формулой Гука или частным выражением закона Гука.

Знак деформации определяется знаком продольной силы. Для стержней с несколькими участками, отличающимися материалом, размером поперечного сечения, величиной продольной силы, общее удлинение равно алгебраической сумме удлинений отдельных его участков:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} (\Delta l_i) = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i l_i}{E_i A_i}.$$

Следствием деформации растяжения (сжатия) являются перемещения поперечных сечений (изменение положения сечения) в направлении оси.

Перемещение произвольного сечения равно изменению длины участка, заключенного между сечением и защемлением. Взаимное перемещение двух смежных сечений равно изменению длины участка стержня, заключенного между этими сечениями.

Обеспечение надежной работы конструкций требует удовлетворения как условия прочности

$$\sigma = \frac{N}{A} \le \sigma_{\rm adm}^*,$$

где  $\sigma$  — наибольшее нормальное напряжение, возникающее в рассчитываемом элементе при рабочей нагрузке, так и условия жесткости  $\lambda \leq \lambda_{adm}$ .

Основное допускаемое нормальное напряжение  $\sigma_{adm}$  определяется формулой

$$\sigma_{\rm adm} = \frac{\sigma_{\rm dan}}{S_{\rm adm}},$$

где  $\sigma_{dan}$  – предельное (опасное) напряжение, при котором в материале появляются признаки разрушения или заметные остаточные деформации;  $S_{adm}$  – допускаемый коэффициент запаса прочности. Как правило, за опасные напряжения при статиче-

<sup>\*</sup>Индекс adm от англ. admissible – допустимый.

ских нагрузках для пластичных материалов принимают  $\sigma_y$  (предел текучести материала); для хрупких –  $\sigma_u$  (предел прочности материала). При статическом приложении нагрузки допускаемый коэффициент запаса прочности для пластичных материалов, например сталей, 1,4<  $S_{adm} \leq 2,5$ ; для хрупких материалов – 2,5 <  $S_{adm} \leq 3$ . Таким образом, для пластичных материалов

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{S_{adm}}.$$

Учитывая, что хрупкие материалы неодинаково сопротивляются растяжению и сжатию, для них определяют два допускаемых напряжения: при растяжении –  $\sigma_{admt}^{*}$ , при сжатии  $\sigma_{admc}^{**}$ :

$$\sigma_{admt} = \sigma_{adm}^{+} = \frac{\sigma_{ut}}{S_{adm}}$$
,  $\sigma_{admc} = \sigma_{adm}^{-} = \frac{\sigma_{uc}}{S_{adm}}$ 

Исходя из условия прочности можно решать три типа задач:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq \sigma_{adm}$$
 – проверка прочности;  
 $A \geq \frac{N}{\sigma_{adm}}$  – подбор размеров поперечного сечения;  
 $N_{adm} \leq \sigma_{adm} A$  – определение допускаемой нагрузки.

#### Методическое обеспечение

1. Карточки-задания.

2. ГОСТ 8239-89 «Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент».

3. ГОСТ 8240-97 «Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент».

4. ГОСТ 8509-93 Уголки стальные горячекатаные равнополочные. Сортамент».

5. ГОСТ 8510-86 «Уголки стальные горячекатаные неравнополочные. Сортамент».

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Индекс t с от англ. tension — растяжение.

<sup>&</sup>lt;sup>\*\*</sup> Индекс *с* от англ. clench – сжимание.

## Задачи

### Задача 1

1. Определить продольные силы в стержнях 1 и 2 (рис. 2.13).

2. Проверить прочность стержней, если они выполнены из стали СТ 5.

Исходные данные							
α	β	$F_1$	$F_2$	$A_1$	<i>A</i> <sub>2</sub>	$\sigma_y$	S <sub>adm</sub>
град	град	кН	кН	мм <sup>2</sup>	мм <sup>2</sup>	МПа	
80	60	100	75	800	1000	200	2

#### Решение

Определяем продольные силы в стержнях *1* и *2*. Вырезаем узел с шарниром *B* в соответствии с рис. 2.14.

Изображаем действующие на шарнир активные силы (натяжения нитей  $\overline{F}_1$ ,  $\overline{F}_2$  и продольные силы  $\overline{N}_C$ ,  $\overline{N}_A$ ), направленные соответственно вдоль стержней l и 2, предполагая их растянутыми.

Приняв точку B за начало координат, выбираем положение осей x и y таким образом, чтобы по крайней мере одна из них совпала с линией действия неизвестной силы, т.е. совмещаем одну из осей координат с осью одного из стержней. В данном примере ось x совмещена с осью стержня 2.



*Рис. 2.13.* Шарнирно-стержневая система



Рис. 2.14. Расчетная схема шарнирностержневой системы

Находим углы наклона сил к осям *х* и *у*.

Составляем уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил:

$$\sum F_{ix} = 0; \quad N_A + N_C \cos 80^\circ - F_2 \cos 20^\circ + F_1 \cos 80^\circ = 0;$$
$$\sum F_{iy} = 0; \quad N_C \sin 80^\circ + F_2 \sin 20^\circ - F_1 \sin 80^\circ = 0.$$

Решаем полученную систему уравнений. Благодаря тому что ось x совпадает с осью стержня 2, а ось y перпендикулярна к этому стержню, проекция  $N_A$  (продольная сила в стержне 2) на ось y равна нулю и второе уравнение содержит только одно неизвестное. Из вышеприведенных уравнений имеем:

$$N_C = F_1 - F_2 \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\sin 80^\circ} = 100 - 75 \cdot \frac{0,342}{0,984} = 73,9 \text{ kH}.$$

Знак «+» перед числовым значением показывает, что стержень 1, как и предполагалось, растянут силой  $N_C$  = 73,9 кН.

$$N_A = F_2 \cos 20^\circ - (F_I + N_C) \cos 80^\circ = 75 \cdot 0.939 - (100 + 73.9) \cdot 0.174 = 40.3 \text{ kH}, N_A = 40.3 \text{ kH}.$$

Числовое значение  $N_A$  положительно, следовательно, стержень 2 растянут. Наличие знака «—» перед числовым значением силы показывает, что стержень не растянут, как предполагалось, а сжат.

Решение задачи обязательно следует проверить. Лучшим способом проверки может быть либо решение с помощью иного выбора осей координат (совместить ось *y* с осью стержня *l*), либо решение задачи иным методом (например, графическим):

$$\sum F_{iy1} = 0; N_C + N_A \cos 80^\circ - F_1 \cos 20^\circ + F_2 \cos 80^\circ = 0;$$
  
73,9 + (40,3 + 75) \cos 80^\circ - 100\cos 20^\circ = 0;  
73,9 + 115,3 \cdot 0,1736 - 100 \cdot 0,939 = 0;  
93,9 - 93,9 = 0.

Усилия в стержнях определены правильно.

Определяем нормальные напряжения в стержнях. Учитывая, что  $N_A$  = 40,3 кH,  $N_C$  =73,9 кH, получаем:

$$\sigma = \frac{N_C}{A_1} = \frac{73,9 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^2} = 92 \text{ MIIa};$$
  
$$\sigma_2 = \frac{N_A}{A_2} = \frac{40,3 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^2} = 40,3 \text{ MIIa}.$$

Так как для стали CT 5  $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{S_{adm}} = \frac{200}{2} = 100$  МПа, то

стержень 2 целесообразно принять меньшего сечения или изготовить из другого материала.

#### Задача 2

Произвести проектировочный расчет шарнирно-стержневой системы (рис. 2.15, 2.16).



Рис. 2.15. Схема бруса

1. Определить продольные силы в стальных стержнях, поддерживающих абсолютно жесткий брус *AB*. Из расчета на прочность подобрать сечения стержней (двутавр, швеллер или два уголка).

2. Определить процент перегрузки (П) или недогрузки (Н) стержней принятого сечения, если  $\sigma_{adm}$ =160 МПа.

Исходные данные					
$\sigma_{adm}$	q	т	F	а	
МПа	кН/м	кH·м	кН	М	
160	20	10	30	3	

Определяем продольные силы в стержнях 1 и 2 в соответствии с рис. 2.16.



Рис. 2.16. Расчетная схема бруса

$$\sum F_{ix} = 0; N_2 + N_3 \cos 30^\circ = 0;$$
  

$$\sum F_{iy} = 0; N_1 - F - Q + N_3 \sin 30^\circ = 0;$$
  

$$\sum M_B = 0; -m - Qa/2 + N_1a - F2a/3 = 0,$$

где  $Q = \frac{qa}{\cos 45^{\circ}} = \frac{20 \cdot 3}{0,707} = 84,86 \text{ кH};$   $N_1 = \frac{m + Qa/2 + F2a/3}{a} = \frac{10 + 84,86 \cdot 1,5 + 30 \cdot 2 \cdot 3/3}{3};$   $N_1 = 65,76 \text{ кH};$   $N_3 = \frac{F + Q - N_1}{\sin 30^{\circ}} = \frac{30 + 84,86 - 65,76}{0,5}; N_3 = 98,2 \text{ кH};$  $N_2 = -N_3 \cos 30^{\circ} = -98,2 - 0,86 = -85 \text{ кH}.$  Проверка:

4

$$\sum M_A = 0; \ -m + Q \cdot \frac{a}{2} + F \cdot \frac{a}{3} - N_2 a \text{tg} 45^\circ - N_3 a \cdot \frac{\sin 75^\circ}{\cos 45^\circ} = 0.$$

Таким образом,  $N_1$ = 65,76 кH;  $N_2$ = -85 кH;  $N_3$  = 98,2 кH, т.е. стержень 2 сжат.

Находим площади поперечных стержней:

$$\sigma = \frac{N}{A} \le \sigma_{\text{adm}}, A \ge \frac{N}{S_{\text{adm}}}.$$

Следовательно,  $A_1 \ge \frac{65,76 \cdot 10^3}{160} = 411 \text{ мм}^2 = 4,11 \text{ см}^2;$ 

$$A_2 \ge \frac{85 \cdot 10^3}{160} = 531 \text{ mm}^2 = 5,31 \text{ cm}^2;$$

$$4_3 \ge \frac{98, 2 \cdot 10^3}{160} = 614 \text{ mm}^2 = 6,14 \text{ cm}^2.$$

По сортаменту ГОСТ 8509-93 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные» подбираем для стержня *1* два уголка с площадью, близкой к расчетной.

Для стержня *I* принимаем уголок № 3,5 (35×35×3): A == 2,04 см<sup>2</sup> = 204 мм<sup>2</sup>; действительное расчетное напряжение  $\sigma_1 = \frac{65,76 \cdot 10^3}{2 \cdot 204} = 161,2$  МПа >  $\sigma_{adm} = 160$  МПа; перегрузка П =  $\frac{101,2-160}{160} \cdot 100 \% = 0,7\%$ , что приемлемо, так как допустимая перегрузка не должна превышать 5%.

Для стержня 2 по сортаменту ГОСТ 8510-86 принимаем уголки стальные горячекатаные неравнополочные  $\mathbb{N}$  4/3 (40× ×30 × 4):

$$A = 2,67 \text{ см}^2 = 267 \text{ мм}^2; \ \sigma_2 = \frac{85 \cdot 10^3}{2 \cdot 267} = 159 \text{ МПа} < \sigma_{adm};$$
 недо-

грузка H =  $\frac{160 - 159}{160} \cdot 100\% = 0,625\%$ , что приемлемо.

Для стержня 3 по сортаменту ГОСТ 8510-86 «Уголки стальные горячекатаные неравнополочные» принимаем два уголка  $N_{2}$  4/2,5 (40 × 25 × 5): A = 3,03 см<sup>2</sup> = 303 мм<sup>2</sup>;

$$\sigma_3 = \frac{98, 2 \cdot 10^3}{2 \cdot 303} = 162 \text{ MПа} > \sigma_{adm}$$
; перегрузка П =  $\frac{162 - 160}{160} \times$ 

×100% = 1,25%, что приемлемо.

По сортаменту ГОСТ 8509-93 «Уголки стальные горячекатаные равнополочные» принимаем уголки № 4 (40×40×4):

 $A = 3,08 \text{ cm}^2 = 308 \text{ mm}^2; \ \sigma_4 = \frac{98,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 308} = 159,4 \text{ M}\Pi a < \sigma_{adm}; \text{ He-}$ 

догрузка

$$H = \frac{160 - 159, 4}{160} \cdot 100\% = 0,365\%,$$
что приемлемо.

## Литература

1. Руденок Е.М., Соколовская В.П. Техническая механика. Минск, 1990.

2. Никитин, Е.К. Теоретическая механика. М., 1986.

#### Контрольные вопросы

1. Чем отличаются внутренние силовые факторы, возникающие при растяжении и сжатии?

2. Как распределяются напряжения по поперечному сечению при растяжении (сжатии)?

3. Какая геометрическая характеристика сечения определяет его прочность и жесткость при растяжении (сжатии)?

4. Какая величина в формуле закона Гука характеризует жесткость материала?

5. Зависит ли возникающее при растяжении (сжатии) напряжение: а) от материала бруса; б) от формы поперечного сечения?

6. Как изменится масса конструкции, если расчет на прочность произвести с меньшим запасом прочности?

Задание на дом: по сборнику заданий [1] повторить гл. 1; выполнить расчетно-графические работы (РГР) 1.1; 1.2, п. 2.

#### Карточки-задания

#### Вариант 1

1. Железобетонный блок (см. схему) весом G = 25 кН подвешен на стержнях AC и BC из круглой стали диаметром d =16 мм.

Проверить прочность стержней, если предел текучести материала  $\sigma_y = 260$  МПа, а допускаемый коэффициент запаса  $S_{adm} = 2,8$ .



2. Стальной образец площадью поперечного сечения  $A = 181,2 \text{ мм}^2$ , длиной l = 200 мм под действием нагрузки F = 5 кH получил на разрывной машине упругое удлинение  $\Delta l = 0,272 \text{ мм}$ .

Определить модуль продольной упругости Е материала образца.

#### Вариант 2

1. Определить диаметры  $d_1$  и  $d_2$  стержней *AB* и *CD*, удерживающих однородную балку *AD* весом *G* = 20 кH, если допускаемое напряжение  $\sigma_{adm}$  = 125 МПа.

Балка нагружена, как указано на чертеже.



2. Стальной стержень прямоугольного сечения, нагруженный силой F = 60 кH, удлинился на 6 мм. Определить первоначальную длину *l* стержня.



#### Вариант 3



1. Проверить прочность стержней *1* и *2*, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 150 \text{ МПа}, \sigma_{admc} = 140 \text{ МПа}$ (см. схему).

2. Определить модуль упругос-

ти *E* материала стержня, если известно, что при длине l = 800 мм и диаметре d = 75 мм он под действием нагрузки F = 40 кН удлинился на 0,25 мм.

#### Вариант 4



1. Проверить прочность стержней 1 и 2 (см. схему), если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 160$  МПа,  $\sigma_{admc} = 80$  МПа.

2. Медный стержень длиной l = 120 мм и диаметром d = 12 мм под действием силы F удлинился на 0,3 мм. Определить значение силы F, если модуль продольной упругости меди  $E_{\rm M} = 1 \cdot 10^5$  МПа.

#### Вариант 5

1. Проверить прочность стержней *AB* и *BC*, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 150$  МПа,  $\sigma_{admc} = 140$  МПа.



2. Определить модуль упругости E материала стержня, если известно, что при длине l = 900 мм и диаметре d = 80 мм он под действием нагрузки F = 50 кН удлинился на 0,11 мм.

#### Вариант 6

1. Проверить прочность стержней ACи BC (см. схему), если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 160 \text{ M}\Pi a, \sigma_{admc} = 80 \text{ M}\Pi a.$ 

2. Медный стержень длиной l = 800 мм и диаметром d = 12 мм под действием силы F удлинился на 0,3 мм.

Определить значение силы F, если модуль продольной упругости меди  $E_{\rm M}$  = =  $1 \cdot 10^5$  МПа.

#### Вариант 7

1. Однородная плита весом G = 25 кН закреплена, как показано на чертеже. Проверить прочность стержня *CD*, если предел текучести стержня  $\sigma_y = 250$  МПа, а коэффициент запаса  $S_{adm} = 2,5$ .

2. Определить модуль упругости *E* материала стержня, если известно, что при длине *l* = 800 мм и

диаметре d = 75 мм он под действием нагрузки F = 40 кН удлинился на 0,25 мм.

#### Вариант 8

1. Проверить прочность стальных стержней *AC* и *BC* кронштейна, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 130$  МПа,  $\sigma_{admc} = 100$  МПа.









2. Определить допускаемое значение силы F, если известно, что удлинение  $\Delta I$  стержня AB не должно превышать 4 мм.

#### Вариант 9

1. Проверить прочность стальных стержней *AC* и *BC* кронштейна, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 130 \text{ M}\Pi a$ ,  $\sigma_{admc} = 100 \text{ M}\Pi a$  (схема *a*).



2. Определить допускаемое значение силы F, если известно, что удлинение  $\Delta I$  стержня AB не должно превышать 4 мм (схема  $\delta$ ).

#### Вариант 10

1. На сколько удлинится стальной стержень длиной l = 2 м и площадью поперечного сечения A = 2 см<sup>2</sup>, если растягивающая сила вызвала напряжение  $\sigma$  в поперечном сечении, равное 150 МПа.



2. Определить из расчета на прочность требуемые номера профилей стального проката для стержней *AC* и *BC* (см. схему).

Определить процент недогрузки (перегрузки) при выбранных профилях, если допускаемые напряжения на растяжение и сжатие  $\sigma_{admt} = 130 \text{ МПа}, \sigma_{admc} = 90 \text{ МПа}.$ 

# Лабораторная работа № 2.3. Определение модуля продольной упругости

**Цель работы:** экспериментальным путем определить модуль продольной упругости *E*, произвести опытную проверку закона Гука.

Теоретическое обоснование

Для большинства конструкционных материалов с достаточной для практики точностью можно считать, что в известных пределах нагружения между продольной деформацией и соответствующим (действующим в ее направлении) нормальным напряжением существует прямая пропорциональность (линейная зависимость). Это положение носит название закона Гука. Закон Гука при растяжении-сжатии в пределах упругих деформаций выражается формулой

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \,,$$

где  $\Delta l$  – абсолютное удлинение; N – продольная сила; l – расчетная длина стержня, для которой определяется удлинение; E – коэффициент пропорциональности, называемый модулем продольной упругости (модулем упругости первого рода, модулем Юнга); A – площадь поперечного сечения. Модуль Юнга E имеет ту же размерность, что и напряжение, т.е. выражается в паскалях (Па) и мегапаскалях (МПа).

*Модуль продольной упругости* — физическая постоянная данного материала, характеризующая его жесткость. Чем жестче материал, тем меньше он деформируется при данном напряжении.

Из формулы закона Гука можно определить величину модуля продольной упругости, измерив опытным путем величину осевой нагрузки F и изменение длины стержня  $\Delta l$  (зная величины F и l испытуемого стержня):

$$E = \frac{Fl}{\Delta lA}$$
, так как  $N = F$ .

Итак, первая часть проводимого опыта сводится к определению абсолютного удлинения образца на некоторой расчетной длине *l*. Для установления зависимости между удлинением и осевой нагрузкой нагружение образца осуществляется несколькими ступенями, при этом нагрузку увеличивают каждый раз на одну и ту же величину. После каждого нагружения измеряют удлинение  $\Delta l$ . При этом приращение удлинения на одну и ту же величину подтверждает наличие прямой пропорциональности между деформацией и нагрузкой, т.е. справедливость закона Гука.

Величина ступени нагружения  $\Delta F$  определяется условиями проведения опыта, зависит от материала образца и размеров его поперечного сечения. Ее желательно выбирать таким образом, чтобы наибольшая нагрузка при испытании не вызывала остаточных деформаций.

По величине предела пропорциональности  $\sigma_{pr}$  для материала образца можно определить наибольшую нагрузку. Если предел пропорциональности не известен, то его определяют по пределу текучести

$$\sigma_{pr} = \frac{\sigma_y}{1,2}.$$

Исходя из этого условия, вычисляют наибольшую нагрузку:

$$F_{\max} = \sigma_{pr} A = \frac{\sigma_y}{1,2} A,$$

где А – площадь поперечного сечения.

Если число ступеней нагружения *n*, то величина каждой ступени нагружения

$$\Delta F = \frac{F_{\max}}{n}.$$

## Форма и размеры образцов

Длина образца должна быть сравнительно большой, поскольку при испытании на нем устанавливают приборы для измерения деформации, поэтому образцы удобнее испытывать на растяжение. Форма поперечного сечения образца зависит от конструкции прибора для измерения деформации. Как правило, применяют образцы круглого или прямоугольного поперечного сечения.
### Испытательное оборудование

Деформация тела характеризуется изменением взаимного расположения точек, т.е. перемещением точек тела относительно друг друга. Для измерения малых линейных деформаций служат специальные приборы, которые называются тензометрами. По принципу действия тензометры разделяют на три вида: а) механические; б) оптико-механические; в) электрические.

Для определения линейной деформации можно применить механический рычажный тензометр (рис. 2.17). Его используют для измерения малых линейных перемещений. Схема тензометра дана на рис. 2.17, *б*. Рычажный тензометр состоит из ножей 8 и 2, рычагов 7 и 4, тяги 6, стрелки 4, закрепленной на рамке 5, шкалы 3.

Тензометр прижимают к испытуемому образцу *1* при помощи струбцинки двумя ножами 8 и 2. Расстояние между ножами



Рис. 2.17. Рычажный тензометр

является базой тензометра, равной 20 мм; с помощью специальных удлинителей база увеличивается до 50 или 100 мм. При деформации образца расстояние между ножами изменяется. Подвижный нож 8 поворачивается и отклоняет рычаг 7. Отклонение рычага через тягу 6 передается на стрелку 4, которая поворачивается вокруг оси, закрепленной на рамке 5.

Перемещение стрелки по шкале 3 пропорционально изменению расстояния между ножами, но значительно больше в зависимости от соотношения плеч рычагов 4 и 7. Шкала рычажного тензометра проградуирована в миллиметрах. Коэффициент увеличения тензометра (k) равен отношению отсчета по шкале к изменению расстояния между ножами:

$$k = \frac{bH}{ah},$$

где *b*, *H*, *a* и *h* – размер плеч рычагов, отмеченных на схеме.

Коэффициент увеличения рычажных тензометров находится в пределах 1000...1200. Значение этого коэффициента указывается в паспорте тензометра. Если при деформации образца расстояние между ножами увеличивается или уменьшается, то перед началом испытаний стрелку тензометра устанавливают в начале или в конце шкалы.

Для того чтобы определить деформацию образца, следует отметить первоначальное положение стрелки  $A_0$ , а затем после нагружения отметить положение отклонившейся стрелки  $A_1$ . Величина удлинения равна разности отсчетов  $A_1$ – $A_0$ , разделенной на коэффициент увеличения тензометров:

$$\Delta l = \frac{A_1 - A_0}{k}.$$

Установка тензометра МИЛ на образце показана на рис. 2.18, *а*. Прибор состоит из двух симметрично расположенных тензометров, которые с двух сторон прижимаются к образцу пружинами. Деформация образца определяется как средняя величина показаний этих двух тензометров, при этом из рассмотрения исключается деформация, связанная с возможным изгибом образца вследствие не вполне центрального приложения нагрузки. К образцу 1 (2.18,  $\delta$ ) прижимают неподвижный нож 8 и подвижную призму 3. Расстояние между ножом и при-



Рис. 2.18. Установка тензометра МИЛ на образце

змой является базой тензометра, равной 100 мм. При растяжении участка образца изменится расстояние между ножами и подвижная призма 3 повернет жестко связанный с ней рычаг 5.

Отклонение рычага 5 через тягу 9 передается на стрелку 6 шкалы тензометра 2. Оси вращения рычагов закреплены на неподвижной рамке 4. Перед началом испытаний вращением винта 7 стрелку 6 устанавливают в нужное положение; при растяжении образца, когда расстояние между ножами тензометра увеличивается, стрелку 6 устанавливают в начале шкалы, а при сжатии, когда расстояние между ножами уменьшается, – в конце шкалы.

Отношение отсчета по шкале к изменению расстояния между ножами зависит от соотношения плеч рычагов 3, 5, 6 и называется коэффициентом увеличения тензометра k:

$$k = DR / dr,$$

где D, R, d, r — размер плеч рычагов. Тензометры МИЛ дают увеличение в 500 раз. Значение коэффициента увеличения для каждого тензометра указывается в паспорте. Для того чтобы определить изменение длины образца, следует среднюю величину показаний обеих шкал прибора разделить на коэффициент увеличения:

$$\Delta l = \left(A_1 + B_1\right) / 2,$$

где  $A_1$  — отсчет по левой шкале левого тензометра;  $B_1$  — отсчет по правой шкале правого тензометра.

Зеркальный тензометр Мартенса (рис. 2.19) относится к группе оптико-механических приборов и состоит из призмы 2, на одной оси с которой закреплено зеркальце 1, скобы 5, струбцинки 4.



Рис. 2.19. Зеркальный тензометр Мартенса

Призма 2 прижимается к образцу 3 скобой 5 при помощи струбцинки 4. Скоба 5 одним концом прижимается к образцу, а другим концом опирается на призму 2. В результате деформации образца призма с зеркальцем поворачивается на угол α. Изменение длины участка образца составит:

$$\Delta l = d\sin\alpha,$$

где *d* – большая диагональ призмы.

Вертикальную планку с миллиметровой шкалой 6 устанавливают на некотором расстоянии L от зеркальца. Отражение этой шкалы в зеркальце наблюдается через зрительную трубку 7. Луч, падающий на зеркальце, и луч отраженный составляют угол 2 $\alpha$ . Наблюдатель при повороте зеркальца на угол  $\alpha$  при небольшом изменении длины  $\Delta l$  зафиксирует значительное перемещение h по шкале 6:

$$h = Ltg2\alpha$$
.

Коэффициент увеличения прибора

$$k = \frac{h}{\Delta l} = \frac{L \text{tg} 2\alpha}{d \sin \alpha}.$$

В первом приближении можно считать tg2 $\alpha$  = 2 $\alpha$  и sin $\alpha$  =  $\alpha$  вследствие малости деформации угла  $\alpha$  < 2°. Коэффициент увеличения

$$k = \frac{2L}{a}.$$

Его выбирают равным 500 и определяют расстояние *L* от образца до планки с миллиметровой шкалой:

$$L=\frac{kd}{2},$$

где d — большая диагональ призмы, равная 4 мм. Тогда 500 · 4

$$L = \frac{500 \cdot 4}{2} = 1000 \text{ MM}.$$

Показание снимают по положению визирного волоска относительно шкалы, видимой в зрительную трубу.

Прибор снабжен набором специальных скоб, позволяющих иметь различные базы измерения: 50, 100, 150, 200 мм. Приборами этого типа измеряются деформации с высокой степенью точности.

Величина удлинения образца

$$\Delta l = \left(A_1 - A_0\right) / k,$$

где  $A_1$  — отсчет после нагружения образца;  $A_0$  — отсчет до нагружения образца; k — коэффициент увеличения прибора.

Для того чтобы исключить влияние перекоса образца, необходимо применять два зеркальных тензометра Мартенса.

Настоящая работа проводится на универсальной испытательной машине типа УММ5, Р5, ИМ4Р, ГМС20.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством испытательной машины и принципом действия тензометров.

2. Определить цену деления шкалы силоизмерительного устройства, коэффициент увеличения тензометров, базу тензометров.

3. Определить размеры поперечного сечения образца.

4. Определить величину ступени нагружения.

5. Произвести предварительное нагружение для обжатия головок образца в захватах машины, нагрузка  $F_1$  может быть равна или несколько больше ступени нагружения.

6. Зафиксировать величину нагрузки и произвести первый отсчет по шкалам тензометра. Провести 4—5 нагружений образца равными ступенями.

7. Результаты испытаний занести в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Номер опыта	Нагрузка, Н		Отсчеты по шкалам тензометров		Полусумма $(A + B)/2$	Разность отсчетов
	F	$\Delta F$	правая А	левая В	(11 2)/2	$\Delta(A+B)/2$
1						
2						
3						
4						
5						
						$\Delta m$

# Обработка результатов испытаний

Приращение  $\Delta I_m$  определяют по формуле как среднее значение:

$$\Delta l_m = \frac{\Delta m(A+B)2}{k},$$

где *k* – коэффициент увеличения тензометра.

Для определения  $\left(\Delta \frac{U_1 + U_2}{2}\right)$  необходимо найти полусумму

отсчетов по левому и правому тензометрам  $(U_1 + U_2)/2$ , а затем вычесть предыдущее показание тензометра из последующего.

# Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

**Цель работы:** определить модуль упругости *E* при растяжении.

114

1. Тип, наименование испытательной машины; цена деления шкалы.

2. Тип и наименование тензометра; база тензометра l = ... мм; коэффициент увеличения тензометра k = ....

3. Схема установки тензометров на образце (рис. 2.20).

4. Данные образца:

- материал образца;

- диаметр образца;

 – площадь поперечного сечения образца;

- модуль продольной упругости;

- предел текучести;

- максимальная нагрузка;

- число ступеней нагрузки;

- величина ступней нагрузки.

5. Таблица записи результатов испытания.

6. Абсолютное удлинение расчетной длины на одну ступень нагрузки

$$\Delta l_m = \left(\Delta \frac{U_1 + U_2}{2}\right)_m \cdot d,$$

где d = 0,001 мм — цена деления тензометра.

**Примечание.** Поскольку нагружение производилось равными ступенями, то удлинение должно возрастать на одну и ту же величину, что подтвердит справедливость закона Гука.

По результатам испытаний строится график, показывающий зависимость между нагрузкой и удлинением (рис. 2.21).

Вычисляется модуль продольной упругости  $E_{\rho \chi}$  по формуле

$$E_{ex} = \frac{\Delta Fl}{\Delta l_m A},$$

где  $\Delta F$  – приращение нагрузки; l – база тензометров;  $\Delta l_m$  – среднее арифметическое приращение удлинения; A – площадь поперечного сечения образца.



*Рис. 2.20.* Схема установки тензометра



*Рис. 2.21.* График зависимости между F и  $\Delta l$ 

Отклонение опытных данных от стандартных:

$$\delta = \frac{E_{ex} - E}{E_{ex}} \cdot 100\%,$$

где Е – стандартное значение, МПа.

### Контрольные вопросы

1. Какое свойство материала характеризует модуль продольной упругости?

2. Почему при определении модуля продольной упругости напряжение не должно превышать предела пропорциональности?

3. Как вычисляется наибольшая нагрузка, которую не следует превышать при испытании?

4. Что необходимо знать для вычисления модуля продольной упругости?

5. По какой формуле вычисляется среднее приращение длины образца $\Delta l_m$  ?

6. Почему для определения модуля продольной упругости испытывать образцы на растяжение удобнее, чем на сжатие?

7. Что подтверждает справедливость закона Гука?

8. Как по диаграмме растяжения определить модуль упругости первого рода?

# Лабораторная работа № 2.4. Определение коэффициента Пуассона

Цель работы: экспериментальным путем определить величину коэффициента поперечной деформации (коэффициента Пуассона) при осевом растяжении (сжатии).

### Теоретическое обоснование

Опытным путем установлено, что при простом растяжении или сжатии стержень изменяет свою длину и размеры поперечного сечения. Отношение поперечной деформации к продольной — величина постоянная для данного материала. Это отношение, взятое по абсолютному значению, называется коэффициентом поперечной деформации или коэффициентом Пуассона:

$$v = \left| \frac{\varepsilon t}{\varepsilon} \right|.$$

Значение коэффициента Пуассона для различных материалов находится в пределах от 0 до 0,5.

Максимальное значение коэффициента Пуассона — для каучука (приблизительно 0,5), а минимальное — для пробки (v = 0). Для большинства материалов и сплавов значение коэффициента Пуассона колеблется в сравнительно узких пределах: от 0,23 до 0,35 (в среднем примерно 0,3). Этот коэффициент можно вычислить, если измерить линейные деформации стержня в поперечном и продольном направлениях при действии осевой нагрузки, вызывающей только упругие деформации.

### Форма и размеры образцов

Образец для испытания должен быть в виде широкой полосы, а длина его в 4...5 раз больше ширины; делается это для того, чтобы исключить влияние неравномерности распределения деформации в местах приложения нагрузки к образцу. Выбор такой формы образца объясняется тем, что величина поперечных деформаций значительно меньше продольных, например для стали поперечная деформация примерно в 4 раза меньше продольной.

## Испытательное оборудование

На рис. 2.22 показана установка рычажных тензометров на испытуемом образце. Осевое нагружение образца обеспечивается за счет крепления образца в захватах машины при помощи головок, шарнирно связанных с ним. Тензометр *А* служит для измерения продольной деформации, а тензометр *B* – для измерения поперечной деформации. Установка крепления тензо-



*Рис. 2.22.* Установка рычажных тензометров

метра с удлинителем показана на рис. 2.23. Тензометр 3 крепится к образцу 1 при помощи удлинителя 2 и струбцинки (на рисунке не показана). Устройство рычажных тензометров описано в лабораторной работе № 2.3. Коэффициент Пуассона можно также определить с помощью двух одинаковых проволочных датчиков сопротивления: один наклеен вдоль оси стержня, а другой – перпендикулярно оси стержня.

Датчиком называют элемент, воспринимающий деформацию тела. Изменение электрического параметра датчика передается на регистрирующий прибор. Установка для измерения деформации электрическим методом состоит из двух основных частей: датчика и регистрирующего устройства. В зависимости от того, какой электрический параметр датчика из-

меняется при деформации тела, различают датчики сопротивления индукционные и емкостные.

Проволочные датчики сопротивления применяют для измерения деформаций как при статических, так и при динамических нагрузках, в особенности для изучения быстро протека-



Рис. 2.23. Установка крепления тензометров

ющих деформаций (при ударе, колебаниях и т.д.). Использование таких датчиков дает возможность исследовать не только деформации образцов и отдельных деталей, но и деформации в различных точках деталей машины и элементов конструкций (мостов, кранов и др.) при их испытании в производственных условиях. Сигналы от всех датчиков поступают на регистрирующее устройство и могут быть легко и быстро зафиксированы.

Проволочный датчик сопротивления состоит из нескольких плоских петель тонкой проволоки, наклеенных на полоску бумаги. Датчик специальным клеем (раствором целлулоида в ацетоне или клеем БФ-4) наклеивается на поверхность испытуемого объекта и при испытании объекта деформируется вместе с ним. Датчики изготавливаются из константановой проволоки диаметром 0,02...0,03 мм или другой проволоки, имеющей высокое омическое сопротивление, например нихромовой. По изменению сопротивления проволоки определяют деформацию.

Проволочные датчики изготавливают из длинной проволоки, уложенной в виде петель. В результате зигзагообразной укладки проволоки датчик реагирует на деформацию только в направлении *x*-*x* и не чувствителен к деформации в направлении *y*-*y*.

Проволочный датчик сопротивления представлен на рис. 2.24. Длина петли l является базой датчика. Применяют датчики с базой 20, 10 и 5 мм. К концам проволоки прикреплены более толстые выводные проводники, с помощью которых датчик подключается к регистрирующему прибору. Изменение сопротивления  $\Delta R$  датчика прямо пропорционально относительной деформации є:

$$\Delta R = \varepsilon R \gamma,$$

где R — начальное сопротивление датчика (100...250 Ом);  $\gamma$  — коэффициент чувствительности (от 1,8 до 2,1), зависящий от материала и базы датчика.



Рис. 2.24. Проволочный датчик сопротивления

Относительная деформация  $\varepsilon = \Delta R / (\gamma R)$ .

Величины  $\gamma$  и *R* постоянны, а величины  $\Delta R$  измеряются регистрирующими устройствами. Для измерения деформаций применяют регистрирующие устройства с мостовыми схемами следующих типов:

- с отсчетом по гальванометру;

 с отсчетом по шкале балансировочного устройства (отсчет по нулевому методу);

- с применением усилителей.

При действии переменных или ударных нагрузок для измерения деформаций применяют специальные схемы с чувствительными усилителями и осциллографами, позволяющими наблюдать и фиксировать возникающие деформации.

Отклонение стрелки регистрирующего прибора пропорционально деформации. Сигналы от обоих датчиков поступают поочередно на один и тот же регистрирующий прибор. Обозначив число делений, на которое отклонилась стрелка прибора при измерении продольной деформации, через n, а число делений, на которое отклонилась стрелка прибора при измерении поперечной деформации, через  $n_t$ , получим коэффициент Пуассона

$$v = \left| \frac{n}{n_t} \right|.$$

Испытание проводят на машинах типа УММ5, P5, ГМС20, а также на других машинах, пригодных для испытания на растяжение образцов с установленными на них тензометрами.

# Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством испытательной машины и принципом действия тензометров.

2. Определить цену деления шкалы силоизмерительного устройства, коэффициент увеличения тензометров и базы их измерения.

3. Определить наибольшую нагрузку, при которой в образце будут возникать только упругие деформации. Эту нагрузку можно определить, зная предел пропорциональности материала образца  $\sigma_{pr}$ :

$$F_{\max} = \sigma_{pr}A = \sigma_{v}A/1, 2,$$

где  $\sigma$  – предел текучести, МПа; A – площадь поперечного сечения образца, мм<sup>2</sup>.

4. Произвести нагружение образца, при этом следует дать небольшую нагрузку для обжатия образца в захватах машины. Показания обоих тензометров при этой нагрузке записать как начало отсчета.

5. После предварительного обжатия образца нагрузку довести до  $F_{\rm max}$ : чем больше деформации, тем точнее их можно замерить.

6. Произвести отсчеты по тензометрам (на сколько делений переместились стрелки по шкалам тензометров).

7. Результаты испытаний занести в табл. 2.3.

Таблица 2.3

		Показание тензометров				
Нагрузка <i>F</i> , Н		Продольная деформация		Поперечная деформация		
F	$\Delta F$	Α ΔΑ		В	$\Delta B$	
			$A_m =$		$B_m =$	

8. Разгрузить образец, а затем, дав снова небольшую начальную нагрузку, испытание повторить 2...3 раза в том же порядке.

9. Для расчетов взять среднее арифметическое приращение по каждому тензометру.

## Обработка результатов испытания

Для вычисления коэффициента Пуассона необходимо: – вычислить продольную деформацию:

$$\varepsilon = \frac{\Delta A_m}{kl},$$

где  $\Delta A_m$  – среднее приращение отсчета по тензометру A; k – коэффициент увеличения тензометра A; l – база тензометра A; вычислить поперечную деформацию:

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta B_m}{k'l'},$$

где  $B_m$  – среднее приращение отсчета по тензометру *B*; k' – коэффициент увеличения тензометра *B*; l' – база тензометра *B*.

Коэффициент Пуассона вычисляют как отношение относительной поперечной деформации к его относительной продольной деформации:

$$v = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon} = \frac{\Delta Bkl}{\Delta A_m k'l'}.$$

Сравнивают полученное значение коэффициента Пуассона с табличным для данного материала.

# Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема тензометров и эскизы их установки на испытуемом образце.

2. Таблица с результатами испытаний.

3. Вычисление коэффициента Пуассона для материала, из которого изготовлен образец.

# Контрольные вопросы

1. Что называется коэффициентом Пуассона?

2. Для каких материалов коэффициент Пуассона имеет минимальное и максимальное значения?

3. Какие деформации, возникающие при осевом растяжении (сжатии), больше: продольные или поперечные?

4. Что необходимо сделать для увеличения точности измерения деформации?

5. Какому испытанию подвергается образец, если тензометр отметил увеличение поперечных размеров образца?

# Лабораторная работа № 2.5. Испытание на срез

Цель работы: ознакомиться с методами испытания на срез и определить предел прочности материала; сравнить с пределом прочности на растяжение.

## Теоретическое обоснование

На срез рассчитывают в основном различные соединительные элементы конструкций, в частности штифты, болты (установленные в отверстие без зазора), заклепки, а также сварные соединения валиковыми (угловыми) швами и соединения элементов деревянных конструкций.

Действительные условия работы названных деталей сложны и во многом зависят от технологии изготовления отдельных элементов конструкций и ее сборки.

Практические расчеты этих деталей носят весьма условный характер и базируются на следующих основных допущениях.

1. В поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор — поперечная сила *Q*.

2. Касательные напряжения, возникающие в плоскости среза, распределены по площади среза равномерно.

3. В случае если соединительных элементов (болтов, заклепок, штифтов) несколько, принимается, что все они нагружены одинаково.

Расчетные напряжения среза определяются по формуле

$$\tau' = \frac{Q}{A'},$$

где Q – поперечная сдвигающая сила; A' – расчетная площадь среза.

Прочность при срезе зависит не только от сопротивления материала сдвигу, но и от дополнительных напряжений, которые неизбежно возникают от изгиба и смятия. Между пределом прочности материала на растяжение  $\sigma_u$  и пределом прочности на срез  $\tau_u$  существует довольно устойчивое соотношение (например, для сталей  $\tau_u = (0,6...0,8)\sigma_u$ ). Наглядные результаты можно получить, если проводить испытание не специально изготовленных образцов, а части того образца, который подвергался испытанию на растяжение (рис. 2.25).



*Рис. 2.25.* Схема испытания стального образца

Величина предела прочности при срезе имеет практическую ценность только в том случае, если нагружение образца близко к условиям работы детали на срез в реальных конструкциях. На практике часто встречаются детали, работающие на срез одновременно по двум плоскостям, — двойной срез (болты, заклепки, штифты), поэтому испытание на срез чаще всего производят при помощи специального приспособления, осуществляющего двойной срез образца.

#### Порядок проведения испытания



*Рис. 2.26.* Приспособление для испытаний на срез

1. Перед установкой в приспособление штангенциркулем измерить диаметр образца с точностью до 0,01 мм. Диаметр должен быть подобран так, чтобы обеспечить плотную посадку образца в отверстие шайб (рис. 2.26).

2. После установки образца приспособление закрепить в захватах испытательной машины. При пуске машины по концам приспособления создается постепенно возрастающая растягивающая сила, вызывающая перерезывание.

3. При достижении максимально разрушающей нагрузки  $\tau'_u$  образец разрушается. Если приближенно принять, что касательные напряжения распределяются равномерно по обеим плоскостям среза, то предел прочности при срезе определится как частное от деления разрушающей нагрузки  $F_u$  на удвоенную площадь поперечного сечения образца:

$$\tau'_u = F'_u / 2A_0.$$

Предел прочности при срезе  $\tau'_u$  является условной характеристикой, так как кроме среза образец подвергается смятию и изгибу. Как показывают опыты,  $\tau'_u$  зависит также от толщины шайб и диаметра  $d_0$ .

Известно, что в случае чистого сдвига теоретическая величина допускаемого напряжения на срез для мягкой стали должна составлять примерно 60% от допускаемого напряжения на растяжение. Для определения предела прочности материала стержня на разрыв можно использовать известное постоянство отношения предела прочности стали к его числу твердости по Бринеллю.

Число твердости определяется обычным путем. Для этого на прессе Бринелля производится вдавливание шарика в торцевые сечения образца. Измерив диаметр образовавшейся на торце стержня лунки, находим значение числа твердости по Бринеллю.

# Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

**Цель работы:** определить опытным путем предел прочности при срезе углеродистой стали и сравнить его с пределом прочности при растяжении.

1. Схема образца:

До опыта	После опыта

### 2. Материал и размеры образца:

Марка стали	
Предел прочности на растяжение $\sigma_u$ ,	
МПа	
Диаметр образца <i>d</i> <sub>0</sub> , мм	
Площадь поперечного сечения A <sub>0</sub> , мм <sup>2</sup>	

### 3. Данные испытаний:

Материал	Наибольшая	Площадь среза <i>A</i> ', мм <sup>2</sup>	Предел прочности	
образца	нагрузка <i>F<sub>a</sub></i> , Н		на срез $\tau'_u = F_u/A'$	

4. Сравнение предела прочности на срез  $\tau'_{u}$  и предела прочности на растяжение  $\tau'_{u}/\sigma_{u} = ...$ .

5. Заключение.

# Контрольные вопросы

1. Какой вид напряженного состояния называется чистым сдвигом?

2. Имеет ли место чистый сдвиг обычных элементов конструкций, работающих на срез (болты, заклепки и т.п.)?

3. Чем объясняется искривление образца при срезе?

4. Приведите зависимость для определения предела прочности при срезе. Почему напряжение  $\tau'_{u}$  является условным?

5. Почему допускаемое напряжение на срез  $\tau'_{adm}$  меньше допускаемого напряжения на растяжение?

# Карточки-задания

## Вариант 1

Шпонка, соединяющая шкив с валом, наполовину входит в паз вала и наполовину – в паз ступицы.



Вопросы	Ответы
1. По какому сечению происходит срез шпонки?	1. ac. 2. bd. 3. mn. 4. dc.
2. По какому сечению происходит смятие?	1. bd. 2. mb; cn. 3. am; nd. 4. ac.

Вопросы	Ответы
3. Чему равна площадь среза?	1. 0,5 <i>bl</i> . 2. <i>bl</i> . 3. 0,5 <i>l</i> . 4. <i>hl</i> .
4. Найти усилие, передаваемое шпонкой, если <i>T<sub>e</sub></i> = 250 H⋅м, <i>l</i> = 56 мм, <i>d</i> = 36 мм, <i>h</i> = 10 мм, <i>b</i> = 8 мм.	1. 1,389 кН. 2. 138,9 кН. 3. 13,89 кН. 4. 23,89 кН.
5. Найти напряжение смятия.	1. 62,6 МПа. 2. 620 МПа. 3. 162 МПа. 4. 49.6 МПа.

# Вариант 2

Болт растягивается силой *F* = 112,76 кН.



Вопросы	Ответы		
1. Указать, где происходит срез.	<ol> <li>По опорному кольцу головки.</li> <li>По высоте головки.</li> <li>По цилиндрической поверхности головки.</li> <li>По площади сечения образца.</li> </ol>		
2. Указать, где происходит смятие.	<ol> <li>По цилиндрической поверхности головки.</li> <li>По площади поперечного сечения образца.</li> <li>По опорному кольцу головки.</li> <li>По высоте голови.</li> </ol>		
3. Чему равна площадь среза головки?	1. $\pi D^2/4$ . 2. $\pi dh$ . 3. $\pi d^2/4$ . 4. $(\pi D^2 - \pi d^2)/4$ .		
4. Чему равна площадь смятия?	1. $(\pi D^2 - \pi d^2)/4$ . 2. $\pi d^2/4$ . 3. $\pi D^2/4$ .		

Вопросы	Ответы			
5. Найти напряжения среза, если F = 112,6 кH, h = 11 мм, D = 42 мм, d <sub>0</sub> = 34 мм, d = 32 мм.	1. 17,89 МПа. 2. 47,79 МПа. 3. 87,89 МПа. 4. 28,39 МПа.			

# Вариант 3

Вильчатый кривошип укреплен на валу с помощью цилиндрического штифта и нагружен силой *F*.



Вопросы	Ответы	
1. По какому сечению происходит срез штифта?	1. ab. 2. mn. 3. ma и nb. 4. na и mb.	
2. По какому сечению штифт сминается?	1. тп. 2. аb. 3. ап и bn. 4. ат и bn.	
3. Найти усилие, передаваемое штифтом, если $F = 2,8 \text{ кH}, d = 12 \text{ мм}, l = 50 \text{ мм}, d_{\text{B}} = 40 \text{ мм}, h = 180 \text{ мм}.$	1. 35 кН. 2. 25,2 кН. 3. 45,2 кН. 4. 20 кН.	

Вопросы	Ответы	
4. Чему равны напряжения смятия?	1. 102 МПа. 2. 52,4 МПа. 3. 84 МПа. 4. 150,4 МПа.	
5. Чему равны напряжения среза?	1. 43,2 МПа. 2. 26,4 МПа. 3. 14, 28 МПа. 4. 42 МПа.	

# Лабораторная работа № 2.6. Испытание на кручение стального образца

Цель работы: определить величину модуля сдвига при кручении и проверить справедливость закона Гука.

# Теоретическое обоснование

Угол закручивания стержня в пределах упругих деформаций связан с крутящим моментом линейной зависимостью (закон Гука) и для стержня с круглым сечением определяется по формуле

$$\varphi = T l_0 / G J_p \, ,$$

где T – крутящий момент, H · мм;  $l_0$  – расстояние между сечениями, относительно которых определяется угол закручивания, мм; G – модуль сдвига, МПа;  $J_p$  – полярный момент инерции поперечного сечения стержня, мм,  $J_p = \pi d^4/32$ .

При заданных в опыте значениях величин  $l_0$  и  $J_p$  достаточно измерить в процессе испытания величины крутящего момента T и соответствующего ему угла закручивания  $\varphi$ , чтобы найти модуль G по формуле

$$G = T l_0 / \varphi J_p.$$

Чтобы установить зависимость угла закручивания от крутящего момента, нагружение образца производят несколькими ступенями, причем крутящий момент при каждой ступени нагружения увеличивается на одну и ту же величину  $\Delta T$ . После каждого нагружения измеряют угол закручивания образца. Приращение угла закручивания  $\phi$  на одну и ту же величину подтверждает наличие пропорциональной зависимости между углом закручивания и крутящим моментом, т.е. справедливость закона Гука.

Для выявления этой закономерности производят 4–6 нагружений образца.

Испытание стального образца на кручение проводится на специальной установке, принципиальная схема которой показана на рис. 2.27. Образец 3, который подвергается испытанию, одним концом закреплен в зажиме 4, а другим установлен в подшипнике 5.



Рис. 2.27. Схема нагружения образца при кручении

Свободный конец образца жестко соединен с рычагом 6, по которому перемещается груз 7 весом Q, создающий скручивающий момент  $T_e = Qh$ . С изменением расстояния h изменяется и величина скручивающего момента.

В поперечных сечениях образца возникает один внутренний силовой фактор — крутящий момент T, равный по величине внешнему, т.е.  $T = T_e$ .

Расчетная длина образца  $l_0$  ограничена сечениями l и 2. В этих сечениях при помощи винтов жестко укреплены струбцины  $\delta$  длиной L, которые, следуя за деформацией образца, поворачиваются. Концы струбцин нажимают на головки стрелочных индикаторов, которые регистрируют величину перемещений в сечениях l и 2. Угол закручивания на длине  $l_0$ , т.е. угол поворота первого сечения относительно второго,  $\phi = \phi_1 - \phi_2$ . Для установления зависимости угла закручивания от крутящего момента нагружение образца производят несколькими ступенями, причем момент T при каждой ступени нагружения увеличивают на одно и то же значение  $\Delta T$ .

Приращение угла закручивания  $\Delta \phi$  практически должно быть постоянным при нагружении образца равными ступенями:

 $\Delta \phi = \Delta U_m \alpha / L$ ,

где  $\Delta U_m = \Sigma (\Delta U_1 - \Delta U_2)/L$  – средняя разность приращений отсчетов по индикаторам;  $\alpha$  – цена деления индикатора,  $\alpha = 0,01$  мм;  $\Delta U_1$  и  $\Delta U_2$  – приращение отсчетов по индикаторам, т.е. разность между последующими и предыдущими отсчетами. Число ступеней нагрузки n = 4 при пяти нагружениях образца.

## Порядок выполнения работы

1. Замерить расчетную длину образца  $l_0$ , диаметр образца d, длину струбцин L; определить полярный момент инерции сечения.

2. Установить и зафиксировать винтом рычаг, закрепить груз и поднять его с помощью эксцентрика в высшее положение.

3. Закрепить индикаторы в держателе, подвести их головки под концы струбцин и поворотом шкалы индикатора установить стрелки на нуль.

4. Нагружать образец ступенчато, перемещая груз по рычагу; на каждой ступени нагружения следует снимать показания индикаторов и заносить данные в таблицу наблюдения за опытами. Опыт повторять 5 раз.

5. Закончив испытания, образец следует разгрузить.

6. Заполнить таблицу наблюдения.

# Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

**Цель работы**: определить числовое значение модуля сдвига при кручении стального бруса круглого сечения; сравнить результаты опыта и расчетные значения модуля сдвига.

1. Схема нагружения образца при кручении.

Длина струбцины L = ... мм.

- 2. Размеры образца и геометрические характеристики сечения:
- расчетная длина  $l_0 = ...$  мм;
- диаметр *d* = ... мм;
- полярный момент инерции поперечного сечения  $J_p = \pi d^4/32$ ;
- материал: ...;
- нагрузка: ... .
- 3. Результаты испытаний (табл. 2.4).

Таблица 2.4

Номер замера Крутящий момент <i>T</i> , Н.мм		Приращение	Отсчеты по индикаторам		Приращение отсчетов		Разность
		момента $\Delta T$ ,	Nº 1	Nº 2	Nº 1	Nº 2	приращений $\Delta U_1 - \Delta U_2$
		Н∙мм	$U_1$	$U_2$	$\Delta U_1$	$\Delta U_2$	1 2
1							
2							
3							
4							
5							
6							
		$T_m = \frac{\sum \Delta T}{n}$					

Примечание. Цена одного наименьшего деления шкалы индикатора  $\alpha = 0,01$  мм.

4. Обработка результатов опыта:

— число ступеней n = 5;

- средний крутящий момент на одну ступень нагрузки

$$T_m = \frac{\sum \Delta T}{n};$$

- средняя разность приращения отсчетов по индикаторам

$$\Delta U_m = \frac{\sum (\Delta U_1 - \Delta U_2)}{n} = \dots;$$

- средний угол закручивания на одну ступень нагрузки

$$\Delta \varphi_m = \frac{\Delta U_m \alpha}{L};$$

- модуль сдвига для стали по данным опыта

$$G_{ex} = \frac{\Delta T l_o}{\Delta \varphi_m J_p};$$

- теоретическое значение модуля упругости при сдвиге

$$G_t = \frac{E}{2 \cdot (1 + v)} = \dots;$$

- разница между теоретической и опытной величинами

$$\delta = \frac{G_t - G_{ex}}{G_t} \cdot 100\%.$$

5. Диаграмма кручения.

## Контрольные вопросы

1. Какие напряжения возникают в поперечном сечении круглого стержня при кручении?

2. Какая зависимость существует между модулями упругости *E* и *G*?

3. Напишите выражение закона Гука при сдвиге.

4. По каким формулам определяются момент инерции и момент сопротивления круглого поперечного сечения?

5. Какие свойства материала характеризует модуль сдвига?

6. Какая зависимость существует между углом закручивания и крутящим моментом?

7. Как изменится величина угла закручивания, если диаметр образца уменьшить вдвое?

8. Влияет ли на величину угла закручивания расстояние между сечениями, относительный (взаимный) угол поворота которых определяется?

# Карточки-задания

Вопросы	Ответы			
<ol> <li>По какой формуле определяются максимальные напряжения при кручении?</li> </ol>	1. $\sigma_{\max} = M_{\max} / W_p$ . 2. $\tau_{\max} = T\rho / J_p$ . 3. $\sigma_{\max} = M_X / W_X$ . 4. $\tau_{\max} = T / W_p$ .			
2. Как изменяется угол закручива- ния для данного сечения в зависи- мости от расстояния сечения от за- делки?	<ol> <li>Угол увеличивается с уменьшением расстояния.</li> <li>Угол уменьшается с увеличением расстояния.</li> <li>Угол не зависит от расстояния.</li> <li>Угол увеличивается с увеличением расстояния.</li> </ol>			
3. На каком рисунке показана пра- вильная зависимость между крутя- щим моментом и углом закручива- ния?	$\begin{array}{c c} T \\ T \\ \hline \end{array} \\ \phi \\ \hline \\ 0 \\ \hline \\ 0 \\ \phi \\ \phi$			
4. Какая зависимость существует между модулями Юнга и сдвига?	$1. E = \frac{G}{2 \cdot (1 + v)}. 2. G = \frac{E}{2 \cdot (1 + v)}.$ $3. E = \frac{(1 + v)/2}{G}. 4. E = \frac{2 \cdot (1 + v)}{E}.$			
5. По какой формуле определяется полярный момент инерции <i>J<sub>p</sub></i> для круга?	1. $\frac{\pi d^4}{32}$ . 2. $\frac{\pi d^3}{16}$ . 3. $\frac{\pi d^4}{16}$ . 4. $\frac{\pi d^3}{32}$ .			

Вариант 2

Вопросы	Ответы
1. По какой формуле определяется угол закручивания?	1. $\frac{Tl}{EJp}$ . 2. $\frac{T}{Wp}$ . 3. $\frac{Tl}{GJp}$ . 4. $\frac{TG}{lGp}$ .
2. Как формулируется закон Гука при сдвиге?	<ol> <li>Нормальные напряжения прямо пропорциональны относительной деформации.</li> <li>Касательные напряжения прямо пропорциональны относительной деформации сдвига.</li> <li>Касательные напряжения прямо пропорциональны относительной продольной деформации.</li> <li>Нормальные напряжения прямо пропорциональны относительной деформации сдвига.</li> </ol>
3. По какой формуле определяется полярный момент сопротивления <i>W<sub>p</sub></i> круга?	1. $\frac{\pi d^4}{32}$ . 2. $\frac{\pi d^4}{16}$ . 3. $\frac{\pi d^3}{16}$ . 4. $\frac{\pi d^3}{32}$ .
4. Как изменится величина макси- мальных напряжений в поперечном сечении бруса, если диаметр бруса уве- личить вдвое?	<ol> <li>Уменьшится в 2 раза.</li> <li>Увеличится в 2 раза.</li> <li>Увеличится в 8 раз.</li> <li>Уменьшится в 8 раз.</li> </ol>
<ol> <li>Какие свойства материала характе- ризует модуль сдвига?</li> </ol>	<ol> <li>Пластичность.</li> <li>Упругие свойства.</li> <li>Жесткость.</li> <li>Прочность.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
<ol> <li>Как влияет на величину угла закру- чивания расстояние между сечения- ми, относительно которых определя- ется этот угол?</li> </ol>	<ol> <li>С увеличением расстояния увеличивается.</li> <li>С увеличением расстояния уменьшается.</li> <li>С уменьшением расстояния увеличивается.</li> <li>Не изменяется с изменением расстояния.</li> </ol>
2. Какие напряжения возникают в по- перечных сечениях бруса при круче- нии?	<ol> <li>Нормальные.</li> <li>Касательные.</li> <li>Напряжения отсутствуют.</li> <li>Нормальные и касательные.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
3. Для какого из данных материалов ве- личина жесткости минимальна, если: $G$ меди = $4 \cdot 10^4$ МПа, $G$ стали = $8 \cdot 10^4$ МПа, $G$ латуни = $3,2 \cdot 10^4$ МПа, $G$ алюминия = $2,6 \cdot 10^4$ МПа.	<ol> <li>Для стали.</li> <li>Для меди.</li> <li>Для алюминия.</li> <li>Для латуни.</li> </ol>
4. На каком чертеже показана пра- вильная зависимость между крутя- щим моментом <i>T</i> и углом закручива- ния φ?	τ τ φ τ φ τ φ φ
<ol> <li>Как изменится величина касатель- ных напряжений в сечениях, если диаметр образца уменьшить в 2 раза?</li> </ol>	<ol> <li>Увеличится в 4 раза.</li> <li>Уменьшится в 4 раза.</li> <li>Уменьшится в 16 раз.</li> <li>Увеличится в 16 раз.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
<ol> <li>Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса при кру- чении?</li> </ol>	<ol> <li>Нормальные.</li> <li>Нормальные и касательные.</li> <li>Касательные.</li> <li>Напряжения отсутствуют.</li> </ol>
2. Как зависит угол закручивания от жесткости сечения при кручении?	<ol> <li>Увеличивается с увеличением жесткости.</li> <li>Увеличивается с уменьшением жесткости.</li> <li>Не зависит от жесткости.</li> <li>Уменьшается с уменьшением жесткости.</li> </ol>
3. По какой формуле определяется полярный момент сопротивления для кольца ( <i>W<sub>p</sub></i> )?	1. $\frac{\pi d^4}{32} (1 - c^2)$ . 2. $\frac{\pi d^3}{16} (1 - c^2)$ . 3. $\frac{\pi d^3}{32} (1 - c^4)$ . 4. $\frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4)$ .
4. Как изменятся максимальные ка- сательные напряжения в попереч- ном сечении, если диаметр образца уменьшить вдвое?	<ol> <li>Увеличатся в 2 раза.</li> <li>Увеличатся в 8 раз.</li> <li>Уменьшатся в 8 раз.</li> <li>Увеличатся в 16 раз.</li> </ol>

Вопросы	Ответы	
5. Приведите формулу закона Гука при сдвиге.	1. $\sigma = E\varepsilon$ . 2. $\tau = G\gamma$ . 3. $\tau = G\varepsilon$ . 4. $\sigma = E\gamma$ .	

# Лабораторная работа № 2.7. Определение осадки цилиндрической винтовой пружины

Цель работы: определить опытным путем зависимость между осадкой пружины и осевой нагрузкой; сопоставить полученные значения осадки пружины с вычисленными по теоретической формуле.

## Теоретическое обоснование

Винтовые пружины (рис. 2.28) широко применяют в различных областях машиностроения и приборостроения в качестве элементов, амортизирующих (смягчающих толчки и удары) устройств (например, рессоры некоторых типов трамвайных вагонов), а также для возврата движущихся деталей в исходное положение (например, клапанные пружины двигателей), для силоизмерения (в динамометрах), в качестве устройств, аккумулирующих энергию



Рис 2.28. Винтовая цилиндрическая пружина

(боевые пружины огнестрельного оружия) и элементов регистрирующих и записывающих приборов.

Изменение высоты пружины под нагрузкой называется осадкой пружины. Осадка винтовой пружины  $\lambda_t$ , т.е. перемещение точки приложения силы по направлению оси пружины, мм, может быть вычислена по формуле

$$\lambda_t = \frac{8FD^3n}{Gd^4},$$

где F — осевая нагрузка, H; D — средний диаметр витков пружины, мм; n — число рабочих витков пружины (число рабочих витков пружины должно быть на 1,5...2 витка меньше полного чис-



Рис. 2.29. Осалка пружины

ла витков пружины, так как крайние витки, соприкасающиеся с опорными тарелками, практически не участвуют в деформации пружины; G — модуль сдвига (для стали  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа); d диаметр проволоки пружины, мм.

Формула приближенная, так как при ее выводе не были учтены влияние кривизны стержня, угол подъема витков и другие второстепенные факторы. Чтобы убедиться в том, что получаемые результаты вполне пригодны для прак-

тического использования, нужно измерить осадку пружины (рис. 2.29) при заданных нагрузках опытным путем и сопоставить с величиной осадки пружины, вычисленной по формуле.

Испытанию подвергается винтовая пружина, показанная на рис. 2.28.

### Испытательное оборудование

Удобнее всего определять характеристику пружины на специальной машине для испытания цилиндрических винтовых пружин МИП-10.

Для проведения испытаний пружин, при нагрузках больше 100 H, используют машины УММ5, P5, ИМ4А и др. Перед проверкой точности показаний силоизмерителя машины устанавливают ее по уровню путем вращения ножек (рис. 2.30).

Машина состоит из следующих основных частей: корпус *1*, механизм силоизмерения *2*, привод для создания деформаций испытуемых пружин *3*, устройство для замера деформаций пружин *14*.

Корпус 1 выполнен литым. Сверху он закрыт двумя разъемными крышками с прорезями для выхода чашек 4 и 7 и стойки 8. В качестве силоизмерительного механизма использована циферблатная головка 2 и рычажная система 3 с левой чашкой 4 весов. Измерение нагрузки происходит, как на обычных весах. Смена диапазонов нагрузки осуществляется при помощи гирь, накладываемых на левую чашку 4. На рычаге 3 смонтировано приспособление, дающее возможность вывешивать испытуемую пружину. При вращении рукоятки 6 груз 5 перемещается по винту, чем достигается установка стрелки циферблатного



Рис. 2.30. Установка для определения осадки пружины

указателя в нулевое положение. Привод машины ручной. По стойке 8 движется головка нагружения 9, жестко связанная с зубчатой рейкой. Рейка движется внутри стойки 9 и зацепляется с шестерней 10, приводимой во вращение рукояткой 11 (быстро) или маховиком 12 (медленно).

Величина деформации пружины отсчитывается по линейке 14 с конусом 15.

### Порядок проведения работы

1. Штангенциркулем измерить размеры пружины: средний диаметр *D*, диаметр проволоки *d*.

2. Определить число витков пружины.

3. Установить пружину на тарелку чашки весов 7.

4. При помощи рукоятки 6 установить стрелку циферблатного указателя в нулевое положение.

5. При помощи маховика 12 нагрузить пружину силой в 1 Н.

6. Установить линейку с конусом так, чтобы нулевое деление конуса совпадало с делением на линейке, лучше всего нулевым.

7. Установить на нулевую чашку весов 10 Н.

8. При помощи маховичка 12 нагрузить пружину силой до тех пор, пока стрелка весов не придет в положение 1 Н. Затем

по линейке с конусом снять показания, чтобы определить, какую осадку получила пружина.

9. Не снимая груз весом 10 Н, установить еще один груз в 10 Н.

10. Повторив пункт 8, замерить осадку. Результаты опытов записать в таблицу наблюдений (табл. 2.5).

11. Определить осадку пружины по формуле, мм,

$$\lambda_{ex} = \frac{8F_m D^3 n}{Gd^4},$$

где  $F_m$  — среднее приращение нагрузки, Н; D — средний диаметр пружины, мм; n — число рабочих витков; модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа; d — диаметр проволоки пружины, мм.

12. Определить ошибку, %:

$$\frac{\lambda_t - \lambda_{ex}}{\lambda_t} \cdot 100\%.$$

### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

Цель работы: определить опытным путем зависимость между осадкой пружины и осевой нагрузкой; сопоставить полученные значения с вычисленными по теоретической формуле.

1. Испытание винтовой пружины проводится на машине МИП-10.

1.1. Схема образца и его размеры:

До испытания	После испытания

1.2. Таблица наблюдений (табл. 2.5):

Таблица 2.5

Номер опыта	Осевая нагрузка, Н	Перемещения по линейке, мм	Осадка пру- жины, мм	Приращение нагрузки, Н
1	2	3	4	5
1	$F_1 =$	<i>a</i> <sub>1</sub> =	$\lambda_1 =$	$\Delta F_1 =$
2	<i>F</i> <sub>2</sub> =	<i>a</i> <sub>2</sub> =	λ <sub>2</sub> =	$\Delta F_2 =$
3	F <sub>3</sub> =	<i>a</i> <sub>3</sub> =	$\lambda_3 =$	$\Delta F_3 =$

Окончание табл. 2.5

1	2	3	4	5
4	$F_4=$	<i>a</i> <sub>4</sub> =	$\lambda_4 =$	$\Delta F_4 =$
5	<i>F</i> <sub>5</sub> =	<i>a</i> <sub>5</sub> =	$\lambda_5 =$	$\Delta F_5 =$
6	<i>F</i> <sub>6</sub> =	<i>a</i> <sub>6</sub> =	λ <sub>6</sub> =	$\Delta F_6 =$
7	<i>F</i> <sub>7</sub> =	<i>a</i> <sub>7</sub> =	λ <sub>7</sub> =	$\Delta F_7 =$
8	F <sub>8</sub> =	<i>a</i> <sub>8</sub> =	$\lambda_8 =$	$\Delta F_8 =$
9	F <sub>9</sub> =	<i>a</i> <sub>9</sub> =	λ <sub>9</sub> =	$\Delta F_9 =$
10	F <sub>10</sub> =	<i>a</i> <sub>10</sub> =		
			$\lambda_{m.ex} =$	$\Delta F_m =$

Средняя величина приращения отсчетов, определяющая действительную величину деформации (осадки) пружины,

$$\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}{n}.$$

Среднее значение приращения нагрузки

$$\Delta F_m = \frac{\Delta F_1 + \Delta F_2 + \dots + \Delta F_n}{n}$$

Деформация (осадка пружины), полученная в результате испытаний, определяется по формуле

$$\lambda_{ex} = \frac{8\Delta F_{m'} D^3 n}{Gd^4},$$

где  $F_{m'}$  – среднее приращение нагрузки, Н, D – средний диаметр пружины, мм; n – число рабочих витков;  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа, модуль сдвига; d – диаметр проволоки пружины, мм.

1.3. Сравнение теоретических и опытных данных.

Расхождение в величине осадки, вычисленной по теоретическому расчету (формуле) и полученной опытным путем, составляет:

$$\frac{\lambda_t - \lambda_{ex}}{\lambda_t} \cdot 100\%.$$

По данным таблицы результатов испытаний (таблицы наблюдений) строится график деформации пружины:





2. Измерение осадки пружины с помощью индикатора (с ценой деления 0,01 мм) (рис. 2.31). Нагружение производят грузами, устанавливаемыми на штангу.

2.1. Схема установки.

2.2. Размеры пружины:

— наружный диаметр пружины  $D = = \dots MM;$ 

— внутренний диаметр пружины  $D_1 = \dots$  мм;

— средний диаметр пружины  $D_0 = \dots MM;$ 

— модуль сдвига G (для стали  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ M}\Pi a$ );

Рис. 2.31. Схема установки =

— число рабочих витков  $n = \dots$ .

2.3. Таблица наблюдений (табл. 2.6):

Таблица 2.6

№ п/п	Нагрузка F, H	Показания индикатора	Осадка пружины λ, мм
1	20		
2	40		
3	80		
4	100		

2.4. Осадка пружины, вычисленная теоретически (табл. 2.7):

$$\lambda_t = \frac{8FD_0^3n}{Gd^4} = cF,$$

где  $c = \frac{8D_0^3 n}{Gd^4}.$ 

Таблица 2.7

№ п/п	1	2	3	4
λ				

2.5. Процент расхождения опытных и теоретических показаний (табл. 2.8):

$$\delta = \frac{\lambda_t - \lambda_{ex}}{\lambda_t} \cdot 100 \% / \lambda.$$

Таблица 2.8

№ п/п	1	2	3	4

2.6. График зависимости осадки от нагрузки.

### Контрольные вопросы

1. По какой формуле вычисляют осадку цилиндрической винтовой пружины?

2. Как изменится величина осадки пружины, если диаметр проволоки уменьшить в 3 раза?

3. Как изменится осадка пружины, если увеличить диаметр витков пружины в 2 раза?

4. Какие факторы не учитываются формулой для подсчета величины осадки пружины?

5. Какая зависимость существует между осевой нагрузкой и перемещением точки приложения силы по направлению оси пружины?

# Карточки-задания

Вопросы	Ответы
<ol> <li>По какой формуле можно найти число витков пружины?</li> </ol>	$1. n = \frac{GD^4}{\lambda 8Fd^3}. 2. n = \frac{\lambda GD^4}{8FD^3}.$
	3. $n = \frac{GD^4}{h8FD^3}$ . 4. $n = \frac{\lambda GD^4}{8FD^3}$ .
2. В какой точке сечения пружины	<ol> <li>В точке A.</li> </ol>
напряжения имеют максимальное	2. В точке <i>О</i> .
значение?	3. Во всех точках напряжения одина-
T / LQ	ковы.
AOB	4. В точке <i>В</i> .

Вопросы	Ответы
3. Как изменится величина касатель- ных напряжений пружины, если уве- личить в 2 раза диаметр проволоки пружины?	<ol> <li>Уменьшится в 2 раза.</li> <li>Увеличится в 8 раз.</li> <li>Уменьшится в 8 раз.</li> <li>Увеличится в 2 раза.</li> </ol>
4. По какой формуле определяется полярный момент инерции круга?	1. $\frac{\pi D^4}{32}$ . 2. $\frac{\pi d^4}{16}$ . 3. $\frac{\pi D^4}{16}$ . 4. $\frac{\pi d^4}{32}$ .
5. Указать характеристику пружины сжатия.	$1 \xrightarrow{F} 2 \xrightarrow{\lambda} \lambda$
	$3 \xrightarrow{F} \overbrace{ \qquad \qquad \\ \lambda} 4 \xrightarrow{F} \overbrace{ \qquad \qquad \\ \lambda} \lambda$

Вариант 2

Вопросы	Ответы				
1. По какой формуле определяются максимальные напряжения в поперечном сечении пружины?	1. $\sigma_{\max} = \frac{K8FD}{\pi d^3}$ . 2. $\tau_{\max} = K\frac{8Fd}{\pi D^3}$ . 3. $\tau_{\max} = K\frac{8FD}{\pi d^3}$ . 4. $\sigma_{\max} = \frac{K8Fd}{\pi D^3}$ .				
2. Как изменится осадка пружи- ны при уменьшении в 3 раза диа- метра проволоки?	<ol> <li>Уменьшится в 3 раза.</li> <li>Увеличится в 3 раза.</li> <li>Уменьшится в 81 раз.</li> <li>Увеличится в 81 раз.</li> </ol>				
3. Указать правильную эпюру напряжений при данных внут- ренних силовых факторах в сече- нии.					
4. Для какого из данных матери- алов (медь, сталь, чугун, алюми- ний) осадка пружины при рав- ных условиях будет наимень- шей?	1. $G$ меди = 4·10 <sup>4</sup> МПа. 2. $G$ стали = 8·10 <sup>4</sup> МПа. 3. $G$ чугуна = 4,8·10 <sup>4</sup> МПа. 4. $G$ алюминия = 2,6·10 <sup>4</sup> МПа.				
Вопросы	Ответы				
---	---	--	--	--	--
5. По какой формуле определя- ется потенциальная энергия де- формации при кручении?	1. $\frac{T^2 l}{2GJ_p}$ . 2. $\frac{Tl}{2GJ_p^2}$ . 3. $\frac{Tl^2}{2GJ_p}$ . 4. $\frac{T^2}{2GJ_p}$ .				

# Вариант 3

Вопросы	Ответы
1. Что называется осадкой пру- жины?	<ol> <li>Уменьшение длины проволоки под на- грузкой.</li> <li>Изменение высоты пружины под нагруз- кой.</li> <li>Деформация пружины под нагрузкой.</li> <li>Увеличение длины проволоки под на- грузкой.</li> </ol>
2. Как зависит величина потенци- альной энергии деформации при кручении от жесткости сечения?	<ol> <li>Изменяется с увеличением жесткости.</li> <li>Не зависит от величины жесткости.</li> <li>Уменьшается с увеличением жесткости.</li> <li>Увеличивается с увеличением жесткости.</li> </ol>
<ol> <li>Указать зависимость между на- грузкой и осадкой пружины.</li> </ol>	$\begin{bmatrix} F \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \lambda \end{bmatrix}$
	$3 \xrightarrow{F}$ $4 \xrightarrow{F}$ $\lambda$
4. По какой формуле определяет- ся приближенное значение на- пряжений в сечении пружины?	1. $\sigma_{\text{max}} = \frac{8Fd}{\pi D^3}$ . 2. $\tau_{\text{max}} = \frac{8Fd}{\pi D^3}$ .
	3. $\sigma_{\text{max}} = \frac{8FD}{\pi d^3}$ . 4. $\tau_{\text{max}} = \frac{8FD}{\pi d^3}$ .
5. В какой точке сечения пружи- ны напряжения имеют макси- мальное значение?	<ol> <li>В точке <i>В</i>.</li> <li>Во всех точках напряжения одинаковы.</li> <li>В точке <i>А</i>.</li> <li>В точке <i>O</i>.</li> </ol>

Вариант 4

Вопросы	Ответы
<ol> <li>По какой формуле определя- ется число витков пружины?</li> </ol>	1. $n = \frac{GD^4}{\lambda 8Fd^3}$ . 2. $n = \frac{\lambda GD^4}{8FD^3}$ .
	3. $n = \frac{GD^4}{\lambda 8FD^3}$ . 4. $n = \frac{\lambda GD^4}{8Fd^3}$ .
2. Как изменится величина $\lambda_{max}$ ,	1. Уменьшится в 2 раза. 2. Увелицится в 2 раза.
если диаметр витков пружины уменьшить в 2 раза?	3. Уменьшится в 8 раза.
	4. Увеличится в 8 раз.
3. Как зависит величина потен- циальной энергии деформации при кручении от жесткости се- чения?	<ol> <li>Изменяется с увеличением жесткости.</li> <li>Не зависит от величины жесткости.</li> <li>Увеличивается с увеличением жесткости.</li> <li>Уменьшается с увеличением жесткости.</li> </ol>
4. Как изменится величина по-	1. Увеличится в 2 раза.
тенциальной энергии деформа-	<ol> <li>Увеличится в 16 раз.</li> <li>Уменьщится в 16 раз</li> </ol>
проволоки увеличить в 2 раза?	4. Уменьшится в 2 раза.
5. Что называется осадкой пру- жины?	<ol> <li>Уменьшение длины проволоки под на- грузкой.</li> <li>Изменение высоты пружины под на- грузкой.</li> <li>Деформация пружины под нагрузкой.</li> <li>Увеличение длины проволоки под на- грузкой.</li> </ol>

# Лабораторные работы № 2.8, 2.9. Определение прогибов и углов поворота сечений балок при плоском изгибе

# Теоретическое обоснование

В ряде случаев элементы машиностроительных и строительных конструкций, работающих на изгиб, должны быть рассчитаны не только на прочность, но и на жесткость. К деталям, которые рассчитываются на жесткость, относятся, в частности, валы конических зубчатых и червячных передач и многие элементы металлорежущих станков. При деформации балки центры тяжести ее поперечных сечений получают линейные перемещения, а сами сечения поворачиваются вокруг своих нейтральных осей. Допущение о незначительности перемещений позволяет считать, что направление линейных перемещений перпендикулярно к оси недеформированного бруса. Эти перемещения называются **прогибами**. Прогиб произвольного сечения обозначают как *y*, а наибольший прогиб — как *f*. Изогнутая ось или упругая линия балки — геометрическое место центров тяжести поперечных сечений деформированного бруса.

Совпадение плоскости деформации с плоскостью действия нагрузки является особенностью прямого изгиба.

В соответствии с гипотезой Бернулли поперечные сечения остаются нормальными к изогнутой оси бруса. В результате угол поворота поперечного сечения  $\theta$  будет равным углу между касательной к упругой линии в данной точке и осью недеформированного бруса (рис. 2.32).



Рис. 2.32. Схема балки с жестким защемлением

Таким образом, ордината упругой линии *у*, угол наклона касательной к упругой линии в данной точке  $\theta$  полностью определяют линейное и угловое перемещение соответствующего сечения, т.е. определение этих перемещений сводится к исследованию упругой линии. Упругую линию можно рассматривать как график функции, который определяется характером нагружения балки, ее размерами и материалом. Сама функция является текущей ординатой упругой линии, а ее аргумент – абсциссой центра тяжести произвольного поперечного сечения балки, т.е.

$$y = f_1(z); \theta = f_2(z).$$

Из курса математики известно, что радиус кривизны  $\rho$  кривой  $y = f_1(z)$  в любой точке определяется по формуле

$$\rho = \frac{(1+(y')^2)^{3/2}}{y''},$$

где  $y' = \frac{dy}{dz} = tg\theta; y'' = \frac{d^2y}{dz^2}.$ 

Первая производная y' от функции дает величину тангенса угла наклона касательной к графику этой функции. В пределах упругих деформаций эти углы очень маленькие, примерно тысячные доли радиана. Если даже принять, что угол наклона равен 0,01 рад, то и в этом случае квадрат первой производной будет очень малым в сравнении с единицей. При малых углах, как известно, можно считать, что тангенсы равны соответствующим углам. Учитывая, что при  $\theta = 0,01$  рад tg $\theta = y' = 0,01$  и  $(y')^2 = (0,01)^2 = 10^{-4}$ , получаем следующую зависимость:  $\frac{1}{2} = y''$ .

 $\rho$ 

Основное уравнение теории изгиба имеет вид

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_{\chi}},$$

где M — изгибающий момент в поперечных сечениях балки, H·мм; E — модуль продольной упругости материала балки, MПа;  $J_x$  — осевой момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси, мм<sup>4</sup>.

Таким образом, приравнивая правые части уравнений, получаем  $y'' = M/EJ_x$  — приближенное дифференциальное уравнение упругой линии. Для балок постоянного сечения его обычно записывают в виде  $EJ_x y'' = \pm M$ .

Правая часть выражения представляет собой уравнение изгибающих моментов, т.е. аналитическое выражение закона изменения изгибающего момента по длине балки:

$$M = \psi'(z),$$

где  $\psi = EJ_x f(z)$ . Это выражение легко можно составить для любой статически определимой балки.

При обычном направлении осей, т.е. ось у направлена вверх, а ось *z* – вправо, перемещение у вниз отрицательно.

Для определения углов поворота поперечных сечений нужно проинтегрировать правую и левую части выражения. В результате получаем:

$$EJ_{x}y' = EJ_{x}tg\theta = \int Mdz + C$$
.

После интегрирования данной зависимости имеем:

 $EJ_{x}y = \iint (Mdz)dz + Cz + D.$ 

Если подставить изгибающий момент в формулу, произвести интегрирование и определить постоянные интегрирования C и D, получаем в развернутом виде выражение функции y = f(z), а в результате — возможность определять прогиб любого поперечного сечения балки.

Из уравнения можно определить угол поворота произвольного сечения.

Постоянные интегрирования определяют из так называемых предельных условий, которые зависят от способа закрепления (вида и расположения опор) балки.

Рассмотрим балку постоянного сечения, нагруженную в соответствии с рис. 2.33 сосредоточенным моментом m, сосредоточенной силой F и равномерно распределенной нагрузкой q, которые дают дополнительные изгибающие моменты.



Рис. 2.33. Схема для определения углов поворота сечений и прогибов балки

Начало координат взято на левом конце, ось y направлена вверх, а ось z – вправо, балка имеет пять участков, каждому из них соответствует свое уравнение моментов, уравнение прогибов и углов поворота.

Поскольку упругая линия балки есть плавная кривая, то на границах участков значения углов поворотов и прогибов, опре-

деленные из уравнений соседних участков, совпадают. Интегрирование дифференциальных уравнений выполняется, не раскрывая скобок, что отразится только на значениях произвольных постоянных.

Первый участок:

$$EJ_x y'' = 0; EJ_x y' = C_1; EJ_x y = C_1 z + D.$$

Второй участок:

$$\begin{split} &EJ_{x}y'' = M = m \ (z-a)^{0}; \ EJ_{x}y' = m \ (z-a) + C_{2}; \\ &EJ_{x}y = m \ \frac{(z-a)^{2}}{2!} + C_{2}z + D_{2}. \end{split}$$

Подставляя в уравнения первого и второго участков значение z = a, получим:

$$C_1 = C_2; D_1 = D_2.$$

Третий участок:

$$\begin{split} &EJ_{x'}y'' = m \ (z-a)^0 + F(z-b);\\ &EJ_{x'}y' = m \ (z-a) + F \ \frac{(z-b)^2}{2!} + C_3;\\ &EJ_{x'}y = m \ \frac{(z-a)^2}{2!} + F \ \frac{(z-b)^3}{3!} + C_3z + D_3. \end{split}$$

Четвертый участок:

$$EJ_{x'}y'' = m(z-a)^{0} + F(z-b) + q \frac{(z-c)^{2}}{2!};$$

$$EJ_{x'}y' = m(z-a) + F \frac{(z-b)^{2}}{2!} + q \frac{(z-c)^{3}}{3!} + C_{4};$$

$$EJ_{x'}y' = m \frac{(z-a)^{2}}{2!} + F \frac{(z-b)^{3}}{3!} + q \frac{(z-c)^{4}}{4!} + C_{4}z + D_{4}$$

Поскольку на границах соседних участков справедливы уравнения предыдущего и последующего участков, имеем:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$$
;  $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D$ .

Обозначая через  $\theta$  угол поворота в начале координат, а через  $y_0$  – прогиб в начале координат, при z = 0 имеем:

$$EJ_x\theta_0 = C$$
;  $EJ_xy_0 = D$ .

Поскольку каждой отдельной нагрузке в уравнении соответствует отдельное слагаемое, в общем виде можно записать уравнения:

$$EJ_{x}\theta = EJ_{x}\theta_{0} + \sum m(z-a) + \sum F \frac{(z-b)^{2}}{2!} + \sum q \frac{(z-c)^{3}}{3!} - o 6 o 6$$

щенное уравнение углов поворота сечений;

$$EJ_{xy} = EJ_{xy_0} + \sum m \frac{(z-a)^2}{2!} + \sum F \frac{(z-b)^3}{3!} + \sum q \frac{(z-c)^4}{4!} -$$

обобщенное уравнение прогибов.

В случае, если равномерно распределенная нагрузка действует не до конца балки, эту нагрузку условно продолжают до конца и добавляют противоположно направленную нагрузку такой же интенсивности в соответствии с рис. 2.34. При этом в обобщенные уравнения углов поворота и прогибов добавится еще по одному слагаемому, которые имеют отрицательное значение соответственно выражениям:

$$-\sum q \frac{(z-d)^3}{3!}; -\sum q \frac{(z-d)^4}{4!}$$

Знаки слагаемых в обобщенных уравнениях устанавливают соответственно правилу знаков изгибающих моментов. Положительное значение у означает прогиб вверх, и наоборот; поло-



Рис. 2.34. Установка СМ5

жительное значение  $\theta$  означает поворот сечения против часовой стрелки, и наоборот.

При использовании обобщенных уравнений следует помнить следующее:

- для балки с защемленным левым концом  $\theta_0 = 0$ ;  $y_0 \neq 0$ ;

— для балки, левый конец которой положен на опору,  $\theta_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$ ;

– для определения  $\theta_0$  составляется уравнение прогибов для другой опоры и приравнивается к нулю;

– в сечении с наибольшим прогибом угол поворота сечения  $\theta = 0$ , поскольку в этой точке упругой линии касательная параллельна оси *z*.

# Лабораторная работа № 2.8. Определение деформации балки при плоском изгибе

Цель работы: экспериментально проверить величины прогибов поворота сечений двухопорной одноконсольной балки. Работа выполняется на установке CM5 (см. рис. 2.34).

#### Теоретическое обоснование

Схема балки представлена на рис. 2.35. 1. Определяются реакции опор:



Рис. 2.35. Схема двухопорной балки с одной консолью

2. Записываются обобщенные уравнения упругой линии балки:

$$\begin{split} EJ_{x}\theta &= EJ_{x}\theta_{0} + \sum m \; \frac{(z-a)'}{1!} + F \; \frac{(z-b)^{2}}{2!} + \sum q \; \frac{(z-c)^{3}}{3!} - \sum q \; \frac{(z-d)^{3}}{3!};\\ EJ_{x}v &= EJ_{x}v_{0} + EJ_{x}\theta_{0}z + \sum m \; \frac{(z-a)^{2}}{2!} + \sum F \; \frac{(z-b)^{3}}{3!} + \\ &+ \sum q \; \frac{(z-c)^{4}}{4!} - \sum q \; \frac{(z-d)^{4}}{4!}. \end{split}$$

Для рассматриваемой балки члены уравнения, содержащие m и q, отсутствуют, так как этих нагрузок нет (собственным весом балки пренебрегаем).

Уравнения приобретают вид:

$$EJ_{x}\theta = EJ_{x}\theta_{0} + \sum F \frac{(z-b)^{2}}{2!}; \quad EJ_{x}y = EJ_{x}y_{0} + EJ_{x}\theta_{0}z + \sum F \frac{(z-b)^{3}}{3!}.$$

Для вычисления углов поворота и прогибов определяется угол поворота  $\theta_0$  и прогиб  $y_0$  в начале координат (начало взято в крайней левой точке балки).

В начале координат  $\theta_0 \neq 0$  и  $y_0 \neq 0$ , но прогибы над опорами равны нулю, т.е.  $y_A = 0$  и  $y_B = 0$ .

Составляется уравнение для определения прогиба над опорами и определяется  $\theta_0$ , а также  $y_0$ .

Для опоры А уравнение прогибов:

a)  $EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 a = 0.$ 

Для опоры В:

6) 
$$EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 (a+l) + \frac{F}{2} \frac{l^3}{6} - F \frac{(l/2)^3}{6} = 0$$
  
или  $EJ_x y_0 + EJ_x \theta_0 a = EJ_x \theta_0 l + \frac{Fl^3}{16} = 0.$ 

Из уравнения (а) вычитается уравнение (б):

$$EJ_{x}\theta_{0}=\frac{Fl^{2}}{16}.$$

Подставляется найденное значение в уравнение (а) и определяется  $y_0$ :

$$EJ_{x}y_{0}=-\frac{Fl^{2}}{16},$$

откуда  $y_0^t = -\frac{Fl^2 a}{16EJ_x}$  – прогиб на конце консоли.

Угол поворота над опорой A:  $EJ_{X}\theta_{A} = EJ_{X}\theta_{0}$  (сил слева от A нет), откуда

$$\theta_0 = \theta_A = \frac{Fl^2}{16EJ_x};$$

$$\theta_A^t = \frac{Fl^2}{16EJ_x} -$$
угол поворота над опорой *А*.

Угол поворота над опорой В:

$$EJ_{x}\theta_{B} = EJ_{x}\theta_{0} + \frac{F}{2}\frac{l^{2}}{2} - F\frac{(l/2)^{2}}{2}$$

или, подставив  $EJ_x \theta_0 = -\frac{Fl^2}{16}$ , получают

$$EJ_{X}\theta_{B} = -\frac{Fl^{2}}{16} + \frac{Fl^{2}}{4} - \frac{Fl^{2}}{8} = \frac{Fl^{2}}{16},$$

откуда  $\theta_B^t = \frac{Fl^2}{16EJ_x}$  – угол поворота над опорой *B*.

Определяем прогиб посередине пролета балки:

$$EJ_{x}y_{l/2} = EJ_{x}y_{0} - EJ_{x}\theta_{0}(l/2 + a) + F \frac{(l/2)^{3}}{2 \cdot 6}$$

Подставив найденные величины  $EJ_{x}y_{0}$  и  $EJ_{x}\theta_{0}$ , получают:

$$EJ_{x}y_{l/2} = \frac{Fl^{2}a}{16} - \frac{Fl^{3}}{32} - \frac{Fl^{2}a}{16} + \frac{Fl^{3}}{96} = -\frac{2Fl^{3}}{96} = -\frac{Fl^{3}}{48}.$$

 $y_{l/2} = -\frac{Fl^3}{48EJ_x}$  – прогиб посередине пролета бали.

В расчетных формулах принимать *F* = 20H – прирост нагрузки.

#### Порядок проведения работы

1. Надеть скобу и установить индикаторы на «нулевое» положение.

2. Измерить, пользуясь шкалой балки, расстояния от опор до скобы и длину консоли по конусной линейке, установленной на станке корпуса.

3. Последовательно установить грузы, прибавляя по две гири.

4. После каждой установки грузов замерить показания индикаторов и записать в журнал наблюдений.

5. Подсчитать средние разности приращений отсчетов индикаторов.

6. Подсчитать средние деформации на одну ступень нагрузки.

7. Определить поперечные размеры балки и вычислить момент инерции  $J_{\rm x}$ .

8. Произвести теоретические расчеты деформации.

9. Сравнить теоретические данные с экспериментальными и заполнить таблицу.

#### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема балки и расположение на ней измерительных приборов (рис. 2.36).

2. Размеры балки и ее геометрические характеристики:

– расчетные длины балки:

 $a = \dots$  MM;  $l = \dots$  MM;  $l_1 = \dots$  MM;  $l_2 = \dots$  MM;

– размеры поперечного сечения:

*b* =... мм; *h* =... мм;

- момент инерции поперечного сечения балки, мм<sup>4</sup>:

$$J_{\chi} = \frac{bh^3}{12} = \dots \,.$$



Рис. 2.36. Схема установки

Балка стальная  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Нагрузка прикладывается к балке путем установки грузов на скобу, опирающуюся на балку через призму. Вес каждого груза – 10 H; вес скобы с приспособлением для подвески – 26 H.

Цена деления индикаторов часового типа a = 0,01 мм; один оборот стрелки индикатора — 100 делений соответствует перемещению измерительного стержня в 1 мм.

3. Результаты наблюдений (табл. 2.8):

Таблица 2.8

		Номера индикаторов							
Номер ступени нагрузки Нагрузка F, H		1		2		3		4	
nur pyönni		$U_1$	$\Delta U_1$	$U_2$	$\Delta U_2$	$U_3$	$\Delta U_3$	$U_4$	$\Delta U_4$
1									
2									
3									
4									
5									

4. Обработка результатов испытаний:

— число ступеней нагрузки n = 5;

- средний прирост нагрузки  $\Delta F = F_1 + l - F_i = 20$  H;

- средняя разность приращений отсчетов по индикаторам:

$$\Delta U_{m1} = \frac{\Sigma \Delta U_1}{n} = \dots; \quad \Delta U_{m2} = \frac{\Sigma \Delta U_2}{n} = \dots;$$
$$\Delta U_{m3} = \frac{\Sigma \Delta U_3}{n} = \dots; \quad \Delta U_{m4} = \frac{\Sigma \Delta U_4}{n} = \dots.$$

5. Средняя деформация на одну ступень нагрузки, найденная экспериментально:

$$f_{1ex} = \Delta U_{m1} \alpha = \dots$$
 MM;  $f_{2ex} = \Delta U_{m2} \alpha = \dots$  MM;

$$\theta_{Aex} = \frac{\Delta U_{m3}\alpha}{l_1} = \dots$$
рад;  $\theta_{Bex} = \frac{\Delta U_{m4}\alpha}{l_2} = \dots$ рад;

6. Деформации, найденные теоретически:

$$f_{0t} = \frac{Fl^2 a}{16EJ_x} = \dots \text{ MM}; \quad f_{l/2t} = \frac{Fl^3}{48EJ_x} = \dots \text{ MM};$$
$$\theta_{At} = \frac{Fl^2}{16EJ_x} = \dots \text{ pag.}; \quad \theta_{Bt} = \frac{Fl^2}{16EJ_x} = \dots \text{ pag.}$$

7. Сравнение экспериментальных данных с теоретическими (табл. 2.9).

Тε	ιб.	ιи	ц	a 2	.9
----	-----	----	---	-----	----

Дефор- мации	Вычисленные теоретически	Определенные экспериментально	Отклонение экспериментальных данных от теоретических, %
$\theta_A$	$\theta_{At}$	$\theta_{Aex}$	$\frac{\theta_{At} - \theta_{Aex}}{\theta_{At}} \cdot 100\%$
$\Theta_B$	$\Theta_{Bt}$	$\theta_{Bex}$	$\frac{\Theta_{Bt} - \Theta_{Bex}}{\Theta_{Bt}} \cdot 100\%$
$f_0$	$f_{0t}$	f <sub>0ex</sub>	$\frac{f_{0t} - f_{0ex}}{f_{0t}} \cdot 100\%$
f <sub>l/2</sub>	f <sub>l/2t</sub>	f <sub>l/2ex</sub>	$\frac{f_{l/2t} - f_{l/2ex}}{f_{l/2t}} \cdot 100\% =$
			$=\frac{y_{l2t} - y_{l2ex}}{f_{l/2t}} \cdot 100\%$

#### Контрольные вопросы

1. Какие перемещения возникают при изгибе балок:

а) повороты поперечных сечений;

б) перемещения в направлении, перпендикулярном оси балки;

в) повороты и прогибы?

2. Как изменится радиус кривизны оси балки, если изгибающий момент уменьшится в 3 раза:

а) уменьшится в 3 раза;

б) увеличится в 3 раза;

в) уменьшится в 9 раз?

3. Балки, изготовленные из стали и чугуна, имеющие одинаковые размеры и устройство опор, подвергаются действию одинаковых сил. Сравните величину максимальных прогибов этих балок:

а) у стальной балки прогиб больше;

б) у чугунной балки прогиб больше;

в) прогиб балок одинаковый.

# Лабораторная работа № 2.9. Определение деформаций консольной балки при плоском изгибе

Цель работы: экспериментально проверить величины прогибов и угла поворота касательной к упругой линии консольной балки.

Работа выполняется на приборе СМ-7 (рис. 2.37, а).

## Методика выполнения работы

Нагрузка прилагается путем установки на опирающуюся через зажимы подвеску грузов по 20 Н каждый. Величины прогибов определяются по показаниям индикаторов часового типа. Цена деления индикатора a = 0,01 мм. Один оборот стрелки индикатора соответствует перемещению стержня на 1 мм.

Угол поворота касательной к упругой оси балки определяется косвенным образом. В месте определения угла жестко закреплена штанга с индикатором, стержень которого опирается на неподвижную опору. При изгибе балки штанга с индикатором поворачивается на тот же угол, что и касательная к упругой оси балки (углы с взаимно перпендикулярными сторонами).



Рис. 2.37. Схема прибора СМ-7

Определив по индикатору перемещение u в соответствии с рис. 2.37, e (длина хорды приблизительно равна длине дуги при малых углах  $\theta$ ), и измерив длину (радиус дуги)  $l_5$  штанги, можно найти величину угла, рад:

$$\theta = \frac{U}{l_5} = \dots$$
рад.

Рекомендуется устанавливать, а следовательно, и определять прогибы  $y_2$  на конце балки, под грузом *F*, посередине, т.е.  $l_4 = 0.5l_1$  и  $l_2 = l_1$ , угол определять на расстоянии  $l_3 = 0.75l_2$ .

Величина угла поворота и прогиба определяется не по абсолютным показаниям прибора, т.е. вес балки и установленных на ней деталей не учитывается, а по приростам показаний – ступеням нагрузки. До нагружения гирями индикаторы устанавливаются на нулевую отметку, хотя очевидно, что прогиб до нагружения уже есть, так как балка весома и на ней установлены две детали – подвес груза и штанга с индикатором.

Прирост нагрузки  $\Delta F = 20$  H; прирост деформации определяется как разность показаний индикаторов после первого нагружения и до нагружения, второго и первого и т.д.

Наконец, просуммировав все приросты и разделив на их число, получают средний прирост деформации, который является искомым. После определения деформации опытным путем она подсчитывается по теоретическим формулам. Сравнивая, устанавливают процент отклонения результатов, полученных опытно и рассчитанных теоретически.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

- 1. Схема прибора CM-7 (рис. 2.37, *a*).
- 2. Расчетная схема балки (рис. 2.37, б, в).

3. Размеры балки и ее геометрические характеристики.

- расчетные длины балки:

 $l_1 = \dots$  MM;  $l_2 = \dots$  MM;  $l_3 = \dots$  MM;  $l_4 = \dots$  MM;  $l_5 = \dots$  MM;

- размеры поперечного сечения:

*b* = ... мм; *h* = ... мм;

- моменты инерции поперечного сечения балки, мм<sup>4</sup>:

$$J_x = \frac{bh^3}{12} = \dots$$

Балка стальная:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

4. Результаты наблюдений (табл. 2.10).

Таблица 2.10

Номер ступени	Нагрузка	Номер индикаторов					
нагрузки	<i>F</i> , H	Отсчет $U$	Разность $U$	Отсчет $U$	Разность	Отсчет	Разность
0	12						
1	20						
2	40						
3	60						
4	80						

5. Обработка результатов испытаний.

$$l_1=\dots\,,\,l_2=\dots\,,\,l_3=\dots\,,\,l_4=\dots\,,\,l_5=\dots\,;$$

-число ступеней нагрузки n = 3;

- сечение бруса  $b \times h = ...;$ 

— средний прирост нагрузки  $\Delta F = 20$  H;

- средняя разность приращений отсчетов по индикаторам:

$$\Delta U_{m1} = \frac{\Sigma \Delta U_1}{n} = \dots; \ \Delta U_{m2} = \frac{\Sigma \Delta U_2}{n} = \dots; \ \Delta U_{m3} = \frac{\Sigma \Delta U_3}{n} = \dots.$$

6. Теоретический расчет.

6.1. Определяем реакции опоры: момент в защемлении  $M = = \Delta F l_1 = ...$ ; реакция опоры  $R = \Delta F = ...$ .

6.2. Обобщенные уравнения упругой линии балки при  $\theta_0 = 0$ ;  $y_0 = 0$  имеют вид:

$$EJ_{x}\theta_{lt} = -M \frac{(z-a)^{1}}{1!} + R \frac{(z-b)^{2}}{2!};$$
  
$$EJ_{x}y_{lt} = -M \frac{(z-a)^{2}}{2!} + R \frac{(z-b)^{3}}{3!}.$$

Подставляя значения  $M = \Delta F l_1$  и  $R = \Delta F$ , получим:

$$EJ_x \Theta_{l3t} = -\Delta F l_1 l_3 \Delta F \frac{l_3^2}{2};$$

при  $l_4 = l_1/2$ 

$$\begin{split} EJ_{x}y_{l4t} &= -\Delta Fl_{1} \frac{\left(l_{1} / 2\right)^{2}}{2} + \Delta Fl_{1} \frac{\left(l_{1} / 2\right)^{3}}{6};\\ EJ_{x}y_{l4t} &= -\frac{5\Delta Fl_{1}^{3}}{48};\\ EJ_{x}y_{l2t} &= -\Delta Fl_{1} \frac{l_{1}^{2}}{2} + \Delta F \frac{l_{1}^{3}}{6} = -\frac{\Delta Fl_{1}^{3}}{3}. \end{split}$$

6.3. Средняя деформация на одну ступень нагрузки, найденная экспериментально:

$$\theta_{lex} = \frac{\Delta U_{m3}}{l_3} = \dots \text{ рад;}$$
  
 $y_{l4ex} = \Delta U_{m2} = \dots \text{ мм;}$ 
  
 $y_{l2ex} = \Delta U_{m1} = \dots \text{ мм.}$ 

7. Деформация, найденная теоретически:

$$\theta_{l3t} = \frac{l}{EJ_x} = \left(-\Delta F l_3 + \Delta F \frac{l_3^2}{2}\right);$$

161

$$y_{l4_l} = -\frac{5\Delta F l_1^3}{48EJ_x} = \dots$$
 MM;

$$y_{l2t} = -\frac{\Delta F l_1^3}{3EJ_x} = \dots \text{ mm.}$$

8. Сравнение теоретических данных с экспериментальными (табл. 2.11).

Таблица 2.11

Деформации, мм, рад,	Экспериментальные деформации, мм и рад.	Теоретические деформации, мм и рад.	Отклонение эксперименталь- ных данных от теоретических, %
θ <sub>/3</sub>	θ <sub>l3ex</sub>	$\theta_{I3t}$	$\frac{\Theta_{I3t} - \Theta_{I3ex}}{\Theta_{I3t}} \cdot 100\%$
y <sub>13</sub>	y <sub>l2ex</sub>	<i>y</i> <sub>12t</sub>	$\frac{y_{l2t} - y_{l2ex}}{y_{l2t}} \cdot 100\%$
<i>y</i> <sub>11</sub>	<i>Y</i> <sub>l1ex</sub>	<i>y</i> <sub><i>l</i>1<i>t</i></sub>	$\frac{y_{l1t} - y_{l1ex}}{y_{l1t}} \cdot 100\%$

## Контрольные вопросы

1. Что называется упругой линией балки?

2. Как выглядит уравнение упругой линии в дифференциальной форме?

3. Какие допущения и приемы применяются для вывода универсального дифференциального уравнения упругой линии?

4. Как определяются постоянные интегрирования и чему они равны?

5. Приведите обобщенное уравнение упругой линии балки.

# Лабораторная работа № 2.10. Определение напряжений в поперечном сечении балки при прямом изгибе

Цель работы: определить опытным путем нормальные напряжения в различных точках поперечного сечения балки; сравнить величины напряжений, полученных опытным путем, с вычисленными по теоретическим формулам.

#### Теоретическое обоснование

При прямом поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникают нормальные и касательные напряжения. В частном случае, когда поперечная сила равна нулю, имеет место чистый изгиб и в поперечных сечениях балок касательные напряжения отсутствуют.

Для выяснения закона распределения нормальных напряжений по поперечному сечению балки и вывода формулы, определяющей величину напряжения в произвольной точке поперечного сечения, исходят из следующих допущений.

1. При чистом прямом изгибе справедлива гипотеза Бернулли, т.е. поперечные сечения бруса, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и после деформации.

2. Волокна бруса при его деформации не надавливают друг на друга.

Нормальные напряжения при прямом изгибе в произвольных точках поперечного сечения балки вычисляют по формуле

$$\sigma = \frac{My}{J_x},$$

где M – изгибающий момент в данном сечении балки; y – расстояние рассматриваемой точки до нейтральной оси;  $J_x$  – осевой момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси.

Эта формула справедлива для напряжений, которые не превышают предела пропорциональности материала, т.е. для таких нагрузок, которые вызывают только упругие деформации. Максимальный изгибающий момент вычисляют по формуле

$$M_{\rm max} = \sigma_{pr} W_{x}$$

где  $\sigma_{pr}$  – предел пропорциональности материала;  $W_x$  – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки.

Наибольшую нагрузку  $F_{\text{max}}$  вычисляют в зависимости от схемы нагружения, размеров и устройства опор балки.

При проведении испытаний подсчет наибольшего изгибающего момента  $M_{\rm max}$  необходимо производить по несколько заниженному значению предела пропорциональности, для того чтобы быть уверенным, что испытания будут проведены в области применимости закона Гука. Например, для низкоуглеродистых сталей  $\sigma_{pr}$  = 160...180 МПа.

При помощи тензометров измеряют величину деформации и, пользуясь законом Гука, вычисляют величины напряжений в различных точках поперечного сечения балки:

где σ – нормальное напряжение; *E* – модуль продольной упругости (модуль Юнга) материала балки; ε – линейная деформация (относительное удлинение) или продольная деформация.

Рекомендуется проводить работу на балках симметричного поперечного сечения, нагруженных двумя или одной сосредоточенной силой.

# Испытательное оборудование

В качестве образца обычно применяют балку прямоугольного или двутаврового поперечного сечения.

Брусья, работающие на прямой изгиб, принято называть балками. Балка (рис. 2.38) устанавливается на специальные опоры 1 и 2 и вместе с поперечиной 3 подается вверх до соприкосновения с неподвижным клином 4. Перемещение поперечины и балки вверх приводит к созданию сосредоточенного усилия в точке K (сила F) либо возможно перемещение клина 4вниз при неподвижной поперечине 3. В обоих случаях балка испытывает прямой поперечный изгиб.

Изменяя расположения опор по отношению к клину, получаем ряд вариантов нагружения. Опыт рекомендуется проводить на любой универсальной испытательной машине верти-



Рис. 2.38. Установка для испытаний

кального типа, предназначенной для статических испытаний на изгиб.

Так как требуется проверить линейный характер распределения напряжений по высоте сечения, то предпочтительнее располагать тензометры (или датчики) на крайних волокнах, где деформации, а следовательно, и напряжения наибольшие (точки A и H на рис. 2.38), и в промежуточных точках, включая также и нейтральный слой (точка C). Тензометры устанавливаются на балке в соответствии с рис. 2.38.

#### Порядок выполнения работы

1. Измерить размеры балки, расстояние между опорами и точками приложения нагрузки.

2. Вычертить схему установки и нагружения балки в соответствии с полученными размерами.

3. Указать на схеме расположение тензометров и их обозначение.

4. Записать модуль продольной упругости материала балки.

5. Произвести предварительное нагружение балки и записать показания тензометров до начало отсчетов.

6. Давая одинаковые приращения нагрузки, каждый раз производить отсчет по шкале прибора для всех датчиков.

7. Произвести разгрузку балки и опыт повторить. Из двух испытаний определяется среднее арифметическое значение, которое используется для вычисления напряжений.

8. Записать в табл. 2.12 результаты наблюдений.

Таблица 2.12

		Отсчеты по таблице					
Нагрузка, Н		Тензо	Тензометр 1 Тензометр 2		метр 2	Тенз	зометр 3
F	$\Delta F$	A	$\Delta A$	$B \qquad \Delta B$		С	$\Delta C$
			$\Delta A_m$		$\Delta B_m$		$\Delta C_m$

#### Обработка результатов испытаний

Деформации є вычисляют по средней разности отсчетов по тензометрам:

$$\varepsilon = \frac{\Delta m}{kl} ,$$

где  $\Delta m$  — средние величины разности отсчетов по каждому тензометру; k — коэффициент увеличения тензометра; l — база тензометра.

Вычисляют нормальные напряжения  $\sigma_{ex}$  и величину нормальных напряжений  $\sigma_t$  для тех же точек поперечного сечения балки, в которых деформации измеряются тензометром. Сравнивают напряжения, которые вычислены по теоретическим формулам, с напряжениями, полученными опытным путем.

Определяют процент расхождения:

$$\delta = \frac{\sigma_t - \sigma_{ex}}{\sigma_t} \cdot 100\%.$$

#### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема установки и нагружения балки с указанием размеров и расположения тензометров.

2. Результаты вычисления (табл. 2.13).

Таблица 2.13

Расстояние от нейтрального слоя у	
Напряжение, определенное опытным путем, $\sigma_{ex}$	
Расхождение, %	

3. График распределения нормальных напряжений по высоте сечения балки с нанесением на него точек, соответствующих опытным данным.

#### Контрольные вопросы

1. Как должна быть нагружена балка, чтобы в ней был участок чистого изгиба?

2. От чего зависит величина нормальных напряжений в точках поперечного сечения балки?

3. Что необходимо знать, для того чтобы можно было вычислить напряжение по измеренным деформациям?

4. Какими приборами измеряют деформацию?

5. До какой величины нормального напряжения справедлив закон Гука при изгибе:

а) до предела текучести;

б) до предела пропорциональности;

в) до предела прочности?

6. В каких точках поперечного сечения балки возникают наибольшие нормальные напряжения (рис. 2.39):

a) в точке D;

- б) в точке A;
- в) в точке *В*?

*Рис. 2.39.* Поперечное сечение балки

# Практические работы № 2.2, 2.3. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. Расчет на прочность при изгибе

Цель работы: выработать навыки и умения построения эпюр поперечных сил Q и изгибающих моментов M; научиться использовать правила построения эпюр Q и M; проверять правильность построения эпюр; производить расчеты на прочность.

Задание: решение задач на построение эпюр Q и M; рассчитать балку на прочность.

#### Теоретическое обоснование

Поперечная внутренняя сила Q в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций на ось y, нормальную к оси балки, всех внешних сил, действующих на балку по одну (левую или правую) сторону от данного сечения. Внутренний изгибающий момент M в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, действующих на балку по одну сторону от данного сечения, относительно центра сечения (рис. 2.40).



Рис. 2.40. Примеры определения внутренних усилий Q и М

В сечении, где приложена сосредоточенная сила  $\overline{F}$ , на эпюре O имеется скачок, равный модулю силы  $\overline{F}$ , а на эпюре *М* – точка перегиба (излом) (рис. 2.41, а). В сечении, где приложен сосредоточенный момент т (пара сил), на эпюре М – скачок, равный моменту пары, а эпюра Q остается без изменений (рис. 2.41, б). На участке балки, где действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q, эпюра М – парабола, обращенная выпуклостью в сторону, противоположную направлению нагрузки, а эпюра Q – наклонная прямая. В сечении балки, где Q = 0, момент M имеет экстремальное (max или min) значение (рис. 2.41, в).



# Методическое обеспечение

1. Расчетные схемы балок и рам (см. Приложение).

2. Карточки-задания.

Рис. 2.41. Правила построения эпюр Q и М

# Порядок выполнения работы

1. Вычертить расчетную схему балки (рамы) в соответствии с заданием, указать размеры и нагрузки.

2. Используя уравнения равновесия, определить опорные реакции и произвести проверку правильности их определения.

3. Показать участки расчетной схемы, сечения и координаты.

4. Составить выражения внутренних силовых факторов для произвольного сечения рассматриваемого участка и установить закон их изменения по длине участка.

5. Вычислить значение внутренних силовых факторов. Определить их величины.

6. Построить эпюры внутренних силовых факторов.

7. Выполнить пункты 4, 5 и 6 для каждого участка расчетной схемы.

8. Произвести проверку построения эпюр внутренних силовых факторов.

9. Выполнить проектировочный расчет балки, т.е. подобрать двутавровое сечение, если  $\sigma_{adm}$ =160 МПа.

#### Пример расчета

Для заданной балки (рис. 2.42):

1) построить эпюры Q и M;

2) подобрать двутавровое сечение при  $\sigma_{adm}$  = 160 МПа.



Рис. 2.42. Эпюры Q и M для двухопорной балки

#### Решение

Определяем опорные реакции:

 $\sum M_A = 0$ ; F·2 + q · 2 · 3 - m<sub>1</sub> + m<sub>2</sub> - R<sub>B</sub> · 6 = 0;

$$\begin{split} & \sum M_B = 0; -m_2 + R_{Ay} \cdot 6 - F \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 3 + m_1 = 0; \\ & R_A = (10 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 30) / 6 = 30 \text{ kH}; \\ & R_B = (20 \cdot 2 + 20 \cdot 2 \cdot 3 - 30) / 6 = 30 \text{ kH}. \\ & \Pi \text{роверка: } \sum F_{iy} = 0; 30 - 20 - 20 \cdot 2 + 30 = 0 \text{ .} \\ & \text{Строим эпюры } Q \text{ M } M; \\ & 0 \le z_1 \le 2 \text{ M}; Q_{z1} = R_{Ay} = 30 \text{ kH}; \\ & M = R_{Ay} z_1 - m_2; M \big|_{z1=0} = -10 \text{ kH} \cdot \text{M}; M \big|_{z1=2\text{ M}} = 50 \text{ kH} \cdot \text{M}; \\ & 0 \le z_1 \le 2 \text{ M}; Q_{z2} = -R_B = -30 \text{ kH}; \\ & M_{z2} = R_B z_2; M \big|_{z2=0} = 0; \text{ M} \big|_{z2=2\text{ M}} = 60 \text{ kH} \cdot \text{M}; \\ & 2 \text{ M} \le z_3 \le 4 \text{ M}; Q_{z2} = -R_B = -30 \text{ kH}; \\ & Z_3 = 2 \text{ M}^{=} 30 \text{ kH}; Q_{z3} = 4 \text{ M} = 10 \text{ kH}; \\ & z_3 = \frac{R_B + 2q}{q} = \frac{30 + 2 \cdot 20}{20} = 3,5 \text{ M}; \\ & M_{z3} = R_B z_3 + m_1 + q(z_3 - 2)(z_3 - 2) / 2; \\ & M \big|_{z3=2\text{ M}} = 30 \cdot 2 - 30 - 20 \cdot 0 = 30 \text{ kH} \cdot \text{M}; \\ & M_{z3=4\text{ M}} = 30 \cdot 4 - 30 - 20 \cdot (4 - 2)^2 / 2 = 50 \text{ kH} \cdot \text{M}; \\ & M \big|_{z3=3,5\text{ M}} = 30 \cdot 3,5 - 30 - 20(3,5 - 2)^2 / 2 = 52,5 \text{ kH} \cdot \text{M}. \end{split}$$

Подбираем для балки двутавровое сечение. Из условия прочности по нормальным напряжениям

 $σ = M_{max} / W_x \le σ_{adm} \Longrightarrow W_x = M_{max} / σ_{adm} = 60 \cdot 10^6 / 160 =$ = 375 · 10<sup>3</sup> мм<sup>3</sup>.

При подборе сечения следует производить проверку сечений с большим и меньшим моментами сопротивления, т.е. оценивать степень недогрузки и перегрузки балки.

По сортаменту ГОСТ 8239-89 выбираем по отношению к рассчитанному:

1) двутавр № 27 ( $W_x = 375 \text{ см}^3 = 375 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$ ): действительное расчетное напряжение  $\sigma = 60 \cdot 10^6 / 375 \cdot 10^3 = 161,73 \text{ МПа};$ 161,73 МПа >  $\sigma_{\text{adm}} = 160 \text{ МПа} \Longrightarrow$  сечение перегружено; П = = (161,73 – 160)/160 · 100% = 1,08 %;

2) двутавр № 27а ( $W_x = 407 \text{ см}^3$ ): действительное расчетное напряжение  $\sigma = 60 \cdot 10^6 / 4 \cdot 10^3 = 147,4 \text{ МПа}; 147,4 \text{ МПа} < \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа} - сечение недогружено; H = (160 - 147,4) / 160 \cdot 100 % = 7,8%.$ 

С точки зрения обеспечения прочности можно принять любое сечение: допускается перегрузка  $\Pi \leq 5\%$ , недогрузка  $H \leq 10\%$ .

#### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Расчетная схема с нагрузками, размерами, реакциями с их значениями. Кроме того, на расчетных схемах следует показать участки, сечения и координаты характерных сечений.

2. Эпюры внутренних силовых факторов, построенные в масштабе для каждой расчетной схемы.

3. Подбор поперечного сечения из условия прочности балки.

#### Литература

1. Руденок М., Соколовская В.П. Техническая механика. Сборник задач. Минск, 1990.

2. Ицкович Г.М., Винокуров В.И. Сборник задач по сопротивлению материалов. Л., 1980.

3. Соколовская В.П. Механика. Практикум по решению задач. Минск, 2006.

## Контрольные вопросы

1. Что является границами характерных участков балки, рамы?

2. Как произвести проверку правильности построения эпюр *Q* и *M*?

3. Какое сечение является опасным при плоском изгибе?

4. Как определяются нормальные напряжения в произвольной точке сечения балки или рамы?

5. Какие сечения являются наиболее рациональными для балок, изготавливаемых из материала, неодинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, например из чугуна?

6. Чугунная балка имеет тавровое сечение. Какое условие должно быть выполнено для наиболее полного использования материала?

Задание на дом: карточки-задания (по вариантам); карточки-задания (п. 3, 4, 5 Приложения); по сборнику [1] повторить гл. 4.

#### Карточки-задания

1. Определить размеры *b* и *h* балки прямоугольного сечения: h = 2b;  $\sigma_{adm} = 120 \text{ MII}a$ .



2. Подобрать номер швеллера:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



3. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



4. Подобрать номер швеллера для данной балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



5. Проверить прочность балки: b = 100 мм, h = 150 мм,  $\sigma = 120$  МПа.



6. Подобрать номер двутавра для данной балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



7. Определить номера двутавра:  $\sigma_{adm} = 120 \text{ M}\Pi a$ .



8. Определить диаметр балки круглого сечения:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



9. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



10. Проверить двутавровое сечение балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



11. Проверить прочность балки прямоугольного сечения: b = 200 мм, h = 100 мм,  $\sigma_{adm} = 120$  МПа.



12. Определить диаметр балки круглого сечения:  $\sigma_{adm} = 120 \text{ M}\Pi a.$ 



13. Подобрать номер швеллера: σ<sub>adm</sub> = 120 МПа.



14. Проверить прочность балки: σ<sub>adm</sub> = 120 МПа.



15. Проверить прочность балки двутаврового сечения № 40:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



16. Подобрать номер двутавра:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



17. Подобрать двутавровое сечение балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



18. Проверить прочность балки: σ<sub>adm</sub> = 120 МПа.



19. Проверить прочность балки: σ<sub>adm</sub> = 120 МПа.



20. Проверить прочность балки:  $\sigma_{adm}$  = 120 МПа.



# Лабораторная работа № 2.11. Испытание материалов при напряжениях, переменных во времени

Цель работы: ознакомиться с методом определения предела выносливости.

#### Теоретическое обоснование

В машиностроении весьма часто возникает необходимость расчета на прочность деталей (валы, вращающиеся оси, штоки поршневых машин и т.п.), в которых при работе возникают напряжения, циклически изменяющиеся во времени. Разрушение материала при периодически изменяющихся напряжениях резко отличается от разрушения материала при действии статических нагрузок: материалы (даже пластичные) разрушаются внезапно, без заметной пластической деформации. Происходит это разрушение при напряжениях, значительно меньших пределов прочности и текучести, получаемых при статических испытаниях, и носит название усталостного разрушения.

Усталость — это процесс возникновения и накопления микротрещин, происходящий в результате циклического изменения напряжений и приводящий к образованию трещин и разрушению детали.

Как показано на рис. 2.43, усталостный излом имеет две ярко выраженные зоны: зона усталостного разрушения с гладкой притертой поверхностью там, где усталостная трещина постепенно проникала в глубь сечения, и зона статического разрушения с крупнокристаллическим строением, по которому произошло хрупкое разрушение вследствие большого ослабления сечения.



Рис. 2.43. Усталостное разрушение

Известно, что 80% случаев поломки деталей являются усталостными.

Сопротивлением усталости или выносливостью материала называется способность материала многократно воспринимать действие переменных напряжений без разрушений.

Способность материала сопротивляться разрушению при переменных напряжениях характеризуется пределом выносливости.

**Пределом выносливости** называется наибольшее напряжение, при котором образец или деталь может сопротивляться без разрушения неограниченно долго; обозначается как  $\sigma_R$  для образца и  $\sigma_{RD}$  для детали.

Предел выносливости для образцов из данного материала зависит от вида деформации (растяжение, сжатие, кручение, изгиб) и характера изменения напряжения во времени.

Экспериментально установлено, что на значение предела выносливости влияют размеры, форма и состояние поверхности деталей.

Наиболее простым является испытание на изгиб при симметричном цикле напряжений вращающегося образца. Для определения предела выносливости металла должны быть подвергнуты испытанию не менее 10 образцов.

На рис. 2.44 дана схема нагружения образца и эпюры изгибающего момента для машины типа МУИ-6000. Постоянная нагрузка *F* приложена на одинаковом расстоянии от опор, поэтому образец испытывает чистый изгиб. Постоянная нагрузка



Рис. 2.44. Схема нагружения образца

*F* вызывает переменные напряжения во вращающемся образце. Изменение напряжений происходит по симметричному циклу, максимальное растягивающее напряжение которого определяют по формуле:

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \frac{M}{W_x} = \frac{32Fl}{\pi d^3},$$

где  $\sigma_{\min}$  — минимальное сжимающее напряжение; M — изгибающий момент в опасном сечении образца;  $R_{Ay} = R_{By} = F$  — реакции опор; l — расстояние от точки приложения силы F до ближайшей опоры; d — диаметр образца.

Постоянную нагрузку F вычисляют по формуле:

$$F = \frac{\sigma_{\max} \pi d^3}{32l} \, .$$

Рекомендуется принимать максимальное растягивающее напряжение  $\sigma_{max}$ , при котором испытывают образцы: для первого образца  $\sigma_{max} = 0.6\sigma_u - для$  сталей,  $\sigma_{max} = 0.4\sigma_u - для$  легких сплавов, где  $\sigma_u$  – предел прочности при растяжении, а для последующих образцов напряжение уменьшают на 20 или 40 МПа. По счетчику оборотов отмечают число циклов, кото-

рое выдерживают образцы до разрушения. При снижении максимального напряжения образцы выдерживают все большее число циклов.

Если образец выдерживает определенное число циклов – базу испытаний, – испытания заканчивают.

Результаты испытаний образцов наносят на диаграмму в прямоугольных координатах: по оси ординат — напряжение, а по оси абсцисс — число циклов.

Кривая Веллера (рис. 2.45) построена по точкам, соответствующим разрушенным образцам. Испытание на выносливость производится по ГОСТ 25.502-79 «Методы испытаний на усталость».



Рис. 2.45. Кривая Веллера

#### Испытательное оборудование

Выбор машин для испытаний на выносливость зависит от вида нагружения образцов и характера переменных напряжений.

Наиболее распространенными машинами являются МУИ-6000 и УКИ10. Общий вид машины МУИ-6000 дан на рис. 2.46.

Машина предназначена для испытаний вращающихся цилиндрических образцов при чистом изгибе с максимальным изгибающим моментом M = 49 Н·м. Она состоит из двух основных узлов: шпиндельных валиков с приводом и счетчиком оборотов; механизма нагружения. Все части машины установлены на массивной станине. Для закрепления испытуемого образца 4 и передачи на него нагрузки служат шпиндельные валики. Образец
крепят с помощью конусных цанг. Правый шпиндельный валик 6 может свободно перемещаться вдоль направляющей станины по каткам (в зависимости от длины образца, который испытывают). Опора левого шпиндельного валика 2 позволяет ему свободно поворачиваться.

Привод состоит из электродвигателя и клиноременной передачи. Образец, который испытывают, вращается с частотой  $n = 6000 \text{ мин}^{-1}$ , что соответствует такому же количеству циклов перемен напряжений. Шестиразрядный счетчик оборотов l фиксирует число циклов. Передаточное число редуктора u = 100. Счетчик может фиксировать 100 млн циклов измене-



Рис. 2.46. Испытательная машина МУИ-6000

ния напряжений. Для осуществления контроля за биением образца на станине машины устанавливают два индикатора *3* и *5* с ценой деления 0,01 мм. Биение не должно превышать 0,03 мм. Проверку осуществляют провертыванием образца вручную. Для уменьшения биения образца его освобождают в зажимах, слегка поворачивают и снова зажимают. При работе машины индикаторы должны быть отведены от шпиндельных валиков. Нагружение может осуществляться двумя способами.

1. Установка сменных грузов: трех гирь с условным весом (соответствующим силам, прикладываемым к образцу) по 196,2 Н и двух гирь по 98,1 Н.

2. При помощи маховичка 8 груз может перемещаться, и таким образом осуществляется дополнительное нагружение.

Нагрузки определяют по шкале нагрузок 7, которая вращается относительно неподвижного указателя. Цена деления — 0,98 Н. За счет перемещения груза можно создавать нагрузку в пределах 98,1...196,2 Н.

Если указатель совпадает с риской на таблице корпуса машины, значит, образец нагружен. При разрушении образца грузовой рычаг опускается на амортизатор, а упор, касаясь микровыключателя, выключает электродвигатель машины. На машине УКИ10 испытывают одновременно два вращающихся консольно закрепленных образца. Общий вид машины УКИ10 представлен на рис. 2.47.



Рис. 2.47. Испытательная машина УКИ10: 1 – образец; 2, 3 – шпиндельные валики; 4 – сменные грузы; 5 – рычаг; 6 – сменные грузы; 7 – подвеска

Машина имеет максимальный изгибающий момент M = 98,1 H·м, частоту вращения образца n = 3000 мин<sup>-1</sup>. Один конец испытуемого образца Iзакреплен в цанговом патроне шпиндельного валика, а на другой конец надевают подвеску 7 со сменными грузами 6. Подвеску крепят на образце с помощью шарикоподшипника. Счетчик, связанный передачей со шпинделем, регистрирует число циклов нагружения образца.

Передаточное число между счетчиком и шпинделем u = 100, поэтому действительное число циклов получается умножением показаний счетчика на 100. Нагружение образца осуществляется в пределах 73,5–98,1 H с помощью комплекта съемных грузов

ступенями по 240 Н вращением маховичка 4. Промежуточные нагрузки получают установкой на поддон сменных грузов 9,81; 19,6; 49 и 98 Н. При разрушении одного образца шпиндель останавливается, так как грузовая подвеска падает и нажимает на рычаг 5, отключая фрикционную муфту. В случае разрушения двух образцов электродвигатель остановится.

### Форма и размеры образцов

На величину предела выносливости образца (масштабный фактор) влияют чистота обработки поверхностей и концентрация напряжений. Поэтому при испытании на выносливость к образцам предъявляют жесткие требования в отношении их формы, размеров и чистоты обработки поверхности. Форма и размеры образцов для испытательной машины типа МУИ-6000 (по ГОСТ 2860-459) показаны на рис. 2.48.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с методами испытания на выносливость.

2. Измерить диаметр образца и вычислить наибольшую нагрузку первого образца. Получив значение нагрузки, установить грузы на грузовой рычаг испытательной машины.



Рис. 2.48. Схема образца

3. Закрепить образец в шпиндельных валиках испытательной машины и установить счетчик числа циклов на нуль.

4. Нагрузить образец вращением маховичка, расположенного на фасаде машины; опустить грузовой рычаг.

5. Включить электродвигатель и наблюдать за образцом.

6. После разрушения образца остановить электродвигатель и записать число циклов до поломки по счетчику оборотов.

7. Результаты испытаний занести в табл. 2.14.

Таблица 2.14



При проведении этой работы можно ограничиться разрушением 1—2 образцов, с тем чтобы ознакомиться с характером усталостного разрушения.

### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема нагружения образца и эпюра изгибающего момента.

- 2. Эскиз образца с указанием размеров.
- 3. Таблица с результатами испытаний.
- 4. Описание характера разрушения образца.

### Контрольные вопросы

1. Что понимают под усталостью материала?

2. Что называется сопротивлением усталости или выносливостью материала?

3. Укажите основные факторы, влияющие на прочность материалов при переменных напряжениях?

4. Может ли произойти разрушение детали, если она работает при переменных напряжениях, меньших предела текучести?

5. Что называется пределом выносливости?

6. Какие факторы оказывают влияние на предел выносливости?

7. Как строится диаграмма для определения предела выносливости?

8. Могут ли постоянные нагрузки вызывать переменные напряжения в образце?

9. Во сколько раз увеличится напряжение в образце, если нагрузку увеличить вдвое?

### Карточки-задания

Вопросы	Ответы
1. Как называется и обозначается эта величина?	<ol> <li>Период <i>T</i>.</li> <li>Минимальное напряжение цикла σ<sub>min</sub>.</li> <li>Амплитуда цикла σ<sub>a</sub>.</li> <li>Среднее напряжение цикла σ<sub>m</sub>.</li> </ol>
2. На какой схеме показаны подобные циклы? 1 2 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	1. 1-я схема. 2. 2-я схема. 3. 3-я схема. 4. 4-я схема.
3. Предел выносливости для образца малого диа- метра равен 210 МПа. Чему равен предел вынос- ливости для детали диаметром 80 мм, если мас- штабный фактор 0,7?	1. ≈ 110 МПа. 2. 300,8 МПа. 3. 147 МПа. 4. ≈ 26,2 МПа.

Вопросы	Ответы
4. Число циклов, которое образец выдержал, не разрушившись, называется	<ol> <li>Пределом выносливости.</li> <li>Кривой усталости.</li> <li>Максимальным числом циклов.</li> <li>Базовым числом циклов.</li> </ol>
5. Влияет ли на величину предела выносливости характер цикла?	<ol> <li>Влияет только при кручении.</li> <li>Влияет всегда.</li> <li>Не влияет.</li> <li>Влияет только при изгибе.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
1. Как называется и обозначается эта величина?	<ol> <li>Период <i>Т</i>.</li> <li>Максимальное напряжение цикла σ<sub>max</sub>.</li> <li>Амплитуда цикла.</li> <li>Среднее напряжение цикла.</li> </ol>
2. Какой это цикл?	<ol> <li>Симметричный.</li> <li>Асимметричный знакопостоянный.</li> <li>Асимметричный знакопеременный.</li> <li>Пульсирующий.</li> </ol>
3. При движении шатуна двигателя макси- мальное напряжение цикла $\sigma_{max} = 40 \text{ M}\Pi a$ , минимальное напряжение цикла $\sigma_{min} =$ = -180 MПа. Определить среднее напря- жение цикла $\sigma_m$ .	1. 110 МПа. 2. 220 МПа. 3. –70 МПа. 4. 110 МПа.
4. Как называется внезапное разрушение материала, наступающее после большого числа повторно-переменных напряжений?	<ol> <li>Предел выносливости.</li> <li>Предел прочности.</li> <li>Предел упругости.</li> <li>Усталость.</li> </ol>
5. Влияет ли состояние поверхности дета- ли на величину предела выносливости?	<ol> <li>Влияет всегда.</li> <li>Влияет только при изгибе.</li> <li>Не влияет.</li> <li>Влияет только при кручении.</li> </ol>

Вариант 3

Вопросы	Ответы
1. Как называется и обозначается эта величина?	<ol> <li>Период <i>T</i>.</li> <li>Амплитуда цикла σ<sub>a</sub>.</li> <li>Минимальное напряжение цикла σ<sub>min</sub>.</li> <li>Среднее напряжение цикла σ<sub>m</sub>.</li> </ol>
2. Какой это цикл?	<ol> <li>Симметричный.</li> <li>Асимметричный знакопосто- янный.</li> <li>Асимметричный знакопере- менный.</li> <li>Пульсирующий.</li> </ol>
3. При движении шатуна двигателя максимальное напряжение цикла $\sigma_{max} = 40$ МПа, минимальное напряжение цикла $\sigma_{min} = -180$ МПа. Определить амплитуду цикла $\sigma_a$ .	1. 220 МПа. 2. 140 МПа. 3. 110 МПа. 4. 70 МПа.
4. Как называется наибольшее напряже- ние, при котором образец из данного ма- териала не разрушается, выдерживая не- ограниченно большое число циклов.	<ol> <li>Предел прочности.</li> <li>Предел выносливости.</li> <li>Предел упругости.</li> <li>Предел текучести.</li> </ol>
5. Что происходит с пределом выносли- вости, когда размеры детали возрастают при прочих равных условиях?	<ol> <li>Увеличивается.</li> <li>Уменьшается.</li> <li>Увеличивается только при изгибе.</li> <li>Не изменяется.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
1. Как называется и обозначается эта величина?	<ol> <li>Период <i>T</i>.</li> <li>Максимальное напряжение цикла σ<sub>max</sub>.</li> <li>Амплитуда цикла σ<sub>a</sub>.</li> <li>Среднее напряжение цикла σ<sub>m</sub>.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
2. Какой это цикл?	<ol> <li>Асимметричный знакопеременный.</li> <li>Симметричный.</li> <li>Пульсирующий.</li> <li>Асимметричный знакопостоянный.</li> </ol>
<ol> <li>При движении шатуна двигателя максимальное напряжение цикла σ<sub>max</sub> = = 50 МПа, минимальное напряжение цикла σ<sub>min</sub> = – 50 МПа. Чему равен ко- эффициент асимметрии цикла?</li> </ol>	1. $R = 1$ . 2. $R = -1$ . 3. $R = 0$ . 4. $R = 100$ .
4. Чему равно среднее напряжение цикла в условиях повторно-переменных на- грузок?	1. $\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{max}}}{2}$ . 2. $\sigma_m = \sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}$ . 3. $\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}}{2}$ . 4. $\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}}{2}$ .
5. Влияет ли на величину предела выносливости характер деформации?	<ol> <li>Не влияет.</li> <li>Влияет только при отнулевом цикле.</li> <li>Влияет всегда.</li> <li>Влияет только при симметричном цикле.</li> </ol>

# Лабораторная работа № 2.12. Определение критической силы сжатого стержня

Цель работы: опытным путем найти величину критической силы при осевом сжатии гибких стержней и сравнить ее со значением, полученным по формуле Эйлера.

### Теоретическое обоснование

При осевом сжатии прямого стержня наблюдается неустойчивость деформации, если сжимающая сила *F* превзойдет критическую. Явление потери устойчивости заключается в утрате стержнем способности сохранять свою прямолинейность. Критической силой  $F_{cr}$  называется то наибольшее значение центрально приложенной сжимающей силы, до которого прямолинейная форма равновесия стержня устойчива.

Для стержней большой гибкости критическая сила определяется по формуле

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{\left(\mu l\right)^2},$$

где E — модуль продольной упругости, МПа;  $J_{\min}$  — минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня, мм<sup>4</sup>;  $\mu$  — коэффициент приведения длины, величина которого зависит от способа крепления концов стержня; l — длина стержня, мм.

Изгиб стержня, связанный с потерей устойчивой прямолинейной формы его равновесия, называют *продольным изгибом*. Критическое напряжение определяется по формуле

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

где  $\lambda$  – гибкость стержня,  $\lambda = \mu l/i_{\min}$  ( $i_{\min}$  – минимальный радиус инерции сечения).

Формула Эйлера справедлива только в том случае, когда критическое напряжение не превышает предела пропорциональности материала стержня:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \le \sigma_{pr} \, .$$

Отсюда следует, что формулой Эйлера можно пользоваться при значениях гибкости стержня, превышающих определенную для каждого материала величину:

$$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}.$$

Например, для стали 3 или близкой к ней по механическим свойствам  $\lambda \ge 100$ . Гибкость стержня зависит от способа крепления его концов.

Основной задачей испытания стержней на устойчивость является опытная проверка справедливости теоретических формул. Поэтому испытанию подвергаются стержни большой гибкости в пределах применимости формулы Эйлера. Испытание производится при различных способах закрепления концов стержня, что дает возможность оценить влияние способа закрепления на величину критической силы и проверить значения коэффициентов длины, принятых в расчетной практике.

Перед испытанием измеряется длина и поперечные размеры стержня. Путем вычисления гибкости проверяется возможность применения формулы Эйлера. По формуле вычисляется теоретическое значение критической силы. Затем стержень подвергается испытанию, и критическая сила определяется опытным путем.

Теоретическое и опытное значения критической силы сопоставляются, и расхождение оценивается в процентах:

$$\delta = \frac{F_{crt} - F_{crex}}{F_{crt}} \cdot 100\%.$$

### Испытательное оборудование

Испытания можно проводить на машинах УММ5, Р5 и др., а также на специально изготовленных установках.

Схема установки показана на рис. 2.49.

Стержень представляет собой прямолинейный образец в виде плоской линейки, который имеет прямоугольное поперечное сечение.

### Порядок проведения работы

Измерить длину и поперечные размеры стержней:

а) стержень, закрепленный одним концом:

*Рис. 2.49.* Схема нагружения образца

б) стержень с поперечно закрепленными концами.



2. Вычислить гибкость стержней и возможность применения формулы Эйлера:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}, \ \lambda \ge \lambda_{\Pi p e d}.$$

3. Вычислить теоретическое значение критической силы по формуле

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E J}{\left(\mu l\right)^2}.$$

4. Опытным путем определить значение критической силы для двух стержней.

5. Определить процент расхождения.

### Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

Цель работы: исследовать явление потери устойчивости при осевом сжатии гибких стержней; проверить опытным путем формулу Эйлера для определения критической силы.

1. Данные испытания (табл. 2.15):

Таблица 2.15

№ п/п	Нагрузка <i>F</i> , Н	Наблюдения за возвращением стержня в прямолинейное положение после отклонения
1	20	Возвращается
2	50	-
3	70	-
4	100	Не возвращается

2. Результаты опыта (табл. 2.16):

Таблица 2.16

Характеристика образца	Величина		
	Опыт 1	Опыт 2	Опыт 3
1	2	3	4
1. Материал			
2. Схема закрепления концов стержня (эскиз)			
3. Модуль упругости Е, МПа			

#### Окончание табл. 2.16

1	2	3	4
4. Длина <i>l</i> стержня, м			
5. Площадь поперечного сечения $A = b \cdot h$ , мм <sup>2</sup>			
6. Наименьший момент инерции поперечно- го сечения стержня			
$J_{\min} = \frac{bh^3}{12}$			
7. Наименьший радиус инерции сечения			
$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$			
<ol> <li>Коэффициент приведения длины μ =</li> </ol>			
9. Гибкость стержня			
$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$			
10. Критическая сила			
$F_{crt} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{\left(\mu I\right)^2}$			
11. Вес Q коромысла, тяжей и поддона			
12. Опытное значение $F_{crex}$			
13. Процент расхождения, %			

3. Расхождение между теоретической и опытной величинами критической силы, % :

$$\delta = \frac{F_{crex} - F_{crt}}{F_{crex}} \cdot 100\%.$$

### Контрольные вопросы

- 1. В чем заключается потеря устойчивости сжатого стержня?
- 2. Какая сила называется критической?
- 3. Как в общем виде пишется формула Эйлера?
- 4. Что называется гибкостью стержня?
- 5. Укажите формулу для вычисления гибкости стержня?
- 6. В каких пределах применима формула Эйлера?

7. Какой момент инерции подставляется в формулу Эйлера и почему?

8. В каком случае вероятность выпучивания стержня во всех направлениях одинакова?

9. Как учитывается влияние способа закрепления концов стержня?

10. Чему равен коэффициент приведения длины для различных случаев закрепления концов?

11. Как подбирается сечение стержня при расчете на устойчивость?

12. Как изменится величина критической силы, если при испытании заменить шарнирные опоры стержня на опоры с жестким защемлением?

13. Какое практическое значение имеет определение критической силы сжатых стержней?

### Карточки-задания

Вопросы	Ответы
1. Что такое критическая сила?	<ol> <li>Это сила, которая действует на стержень.</li> <li>Это наибольшее значение цент- рально приложенной силы, до кото- рого форма стержня является ус- тойчивой.</li> </ol>
2. Как изменится величина критичес- кой силы сжатого стержня, если его длину увеличить в 2 раза?	<ol> <li>Уменьшится в 2 раза.</li> <li>Уменьшится в 4 раза.</li> <li>Уменьшится в 8 раз.</li> </ol>
3. Чему равен коэффициент приведе- ния длины для стержня, концы которо- го жестко закреплены?	1. $\mu = 0,5.$ 2. $\mu = 1.$ 3. $\mu = 2.$
4. От чего зависит критическая гиб- кость?	<ol> <li>От характера крепления концов стержня.</li> <li>От механических свойств материала.</li> <li>От формы и размеров стержня.</li> </ol>

### Вариант 1

Вопросы	Ответы
<ol> <li>Какую деформацию испытывает стер- жень при действии силы, меньшей кри- тической?</li> </ol>	<ol> <li>Продольный изгиб.</li> <li>Никакую.</li> <li>Сжатие.</li> </ol>

Вопросы	Ответы
2. От чего зависит гибкость стержня?	<ol> <li>От формы сечения.</li> <li>От материала стержня.</li> <li>От геометрических характеристик сечения и крепления стержня.</li> </ol>
<ol> <li>Чему равен коэффициент приведения длины μ для стержня, один конец кото- рого свободен, а другой жестко заделан?</li> </ol>	1. $\mu = 0.5$ . 2. $\mu = 2$ . 3. $\mu = 0.75$ . 4. $\mu = 1$ .
4. Какая форма сечения является наи- более рациональной при продольном из- гибе?	<ol> <li>Прямоугольная.</li> <li>Круг.</li> <li>Двутавр.</li> </ol>

# Вариант 3

Вопросы	Ответы	
<ol> <li>Может ли сжатый стержень продол- жать нормально работать, если нагруз- ка превысила критическую силу?</li> </ol>	<ol> <li>Может.</li> <li>Не может.</li> <li>Не зависит.</li> </ol>	
<ol> <li>Как изменится величина критичес- кой силы, если шарнирные опоры кон- цов стержня заменить опорами с жест- ким защемлением?</li> </ol>	<ol> <li>Увеличится в 4 раза.</li> <li>Уменьшится в 2 раза.</li> <li>Уменьшится в 4 раза.</li> </ol>	
<ol> <li>Чему равен коэффициент приведе- ния длины µ, если один конец стержня закреплен жестко, а другой шарнирно?</li> </ol>	$\begin{array}{l} 1.\mu = 0,5.\\ 2.\ \mu = 0,7.\\ 3.\ \mu = 2. \end{array}$	
4. Зависит ли гибкость стержня от его материала?	<ol> <li>Зависит.</li> <li>Не зависит.</li> </ol>	

Вопросы	Ответы
1. Что может произойти со стержнем, длина которого значительно больше поперечных размеров, если увеличить сжимающую силу?	<ol> <li>Стержень сохранит прямолиней- ную форму.</li> <li>Стержень в какой-то момент может искривиться без видимых причин.</li> <li>Стержень укоротится при действии сжимающей силы.</li> </ol>
2. Какую механическую характеристи- ку материала надо знать, чтобы опре- делить критическую силу для сжатого стержня?	<ol> <li>Предел прочности.</li> <li>Модуль продольной упругости.</li> <li>Модуль сдвига.</li> </ol>
3. Чему равен коэффициент приведе- ния длины µ для стержня, концы ко- торого закреплены шарнирно?	1. $\mu = 0.5$ . 2. $\mu = 0.2$ . 3. $\mu = 1$ .

Вопросы	Ответы	
4. При какой гибкости стержня при-	1. Гибость стержня больше предель-	
менима формула Эйлера для опреде-	ной гибкости.	
ления критической силы?	2. Гибость стержня меньше предель-	
	ной гибкости.	

Вопросы	Ответы		
1. Что такое критическая сила?	<ol> <li>Это сила, которая действует на стержень.</li> <li>Это наибольшее значение центрально приложенной силы, до которого форма стержня является устойчивой.</li> </ol>		
2. Как изменится величина критичес- кой силы сжатого стержня, если его длину увеличить в 2 раза?	<ol> <li>Уменьшится в 2 раза.</li> <li>Уменьшится в 4 раза.</li> <li>Уменьшится в 8 раз.</li> </ol>		
3. Чему равен коэффициент приведе- ния длины для стержня, концы которо- го жестко закреплены?	1. $\mu = 0,5.$ 2. $\mu = 1.$ 3. $\mu = 2.$		
4. От чего зависит критическая гиб- кость?	<ol> <li>От характера крепления концов стержня.</li> <li>От механического свойства материала.</li> <li>От формы и размеров стержня.</li> </ol>		

# РАЗДЕЛ 3

# ДЕТАЛИ МАШИН

При изучении данного раздела учащиеся получают основные сведения и навыки, необходимые для проектирования, изготовления и эксплуатации деталей машин и сборочных единиц машин и механизмов общего назначения.

*Механизмом* называют систему тел (звеньев), предназначенных для преобразования движения одного или нескольких звеньев (входных) в соответствующие движения других (выходных): кривошипно-ползунный, кулисный, коромысловый, мальтийский и другие механизмы).

Механизмы составляют основу большинства машин. *Машиной* называют устройство, выполняющее механические движения для преобразования энергии материалов и информации. В зависимости от назначения различают три вида машин: энергетические, рабочие и информационные.

Любая машина состоит из деталей и сборочных единиц. *Деталь* — изделие, изготовленное из однородного по наименованию и марке материала без сборочных операций (болт, вал, зубчатое колесо, корпус редуктора и др.).

Сборочная единица — изделие, составные части которого подлежат соединению между собой сборочными операциями (свинчиванием, сваркой и т.п.) на предприятии-изготовителе, например подшипник, муфта, редуктор и др.

Детали, которые встречаются почти во всех машинах (болты, валы, зубчатые колеса и др.), называются *деталями общего назначения*. Изучение основ расчета и конструирования деталей и сборочных единиц общего назначения складывается из теоретических занятий, лабораторных и практических работ и курсового проекта.

При этом изучение деталей общего назначения не является единственной задачей; на примере этих деталей изучаются общие основы инженерных расчетов и конструирования.

В процессе выполнения лабораторных работ учащиеся приобретают навыки в проведении замеров напряжений и деформаций, знакомятся с конструктивными разновидностями механизмов и сборочных единиц, способами регулирования отдельных механизмов, закрепляют навыки в пользовании измерительными приборами и инструментами, в выполнении эскизов и схем реальных объектов, развивают умение пользоваться ГОСТами и другими справочными материалами.

## Лабораторная работа № 3.1. Составление кинематических схем механизмов

**Цель работы:** исследовать принцип действия и кинематику простейших механизмов; ознакомиться с условным изображением звеньев и кинематических пар по ЕСКД.

### Теоретическое обоснование

В современной технике, в разнообразных машинах и приборах широко используются простые и сложные механизмы. Механизм представляет собой систему искусственно соединенных тел (звеньев), предназначенных для передачи движения. Звеном называется одна или несколько жестко соединенных между собой деталей, входящих в состав механизма.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*. Кинематические пары делятся на высшие и низшие. В высших парах звенья соприкасаютя по линии или в точках, а в низших – по поверхностям. Кинематические пары делят на пять классов. Номер класса пары определяется числом условий связи, налагаемых на движение одного звена пары относительно другого. Следовательно, пара пятого класса является одноподвижной, пара четвертого класса – двухподвижной и т.д. Механизм, у которого все точки подвижных звеньев могут двигаться в одной или параллельных плоскостях, называется плоским. В плоских механизмах могут быть пары только четвертого и пятого классов. Все плоские пары четвертого класса являются высшими, а пары пятого класса обычно относятся к низшим (вращательная и поступательная).

Плоский механизм называется рычажным, если звенья его образуют только низшие пары.

Синтез и анализ механизма начинаются с составления его схемы. Схема механизма представляет собой его графическое изображение с условными обозначениями звеньев и кинематических пар.

Схемы механизмов подразделяются на структурные и кинематические. В структурной схеме размеры не указываются. Составление ее необходимо, в первую очередь, для проведения структурного анализа механизмов. В кинематической схеме указываются размеры, необходимые для кинематического анализа, силового расчета и дальнейшей разработки конструкции. Условные графические обозначения звеньев и кинематических пар механизмов должны выполняться в соответствии с ГОСТ 2.770-68 «Обозначения условные графические в схемах. Элементы кинематики» (табл. 3.1).

Таблица 3.1

1010012.77000					
Наименование	Обозначение				
1	2				
Соединение двух валов: глухое эластичное					
Подшипники скольжения					
Подшипники качения	<u> </u>				
Соединение детали с валом: <i>a</i> – глухое <i>б</i> – свободное при вращении <i>в</i> – подвижное без вращения					
Ползун в неподвижных направляющих					
Кривошипно-кулисные механизмы: <i>a</i> – с поступательно-движущейся ку- лисой <i>б</i> – с вращающейся и качающейся кулисой					
Передача зубчатая цилиндрическая с внешним зацеплением (общее обозна- чение без уточнения типа зубьев)					

Графические условные обозначения в схемах. Элементы кинематики по ГОСТ 2.770-68

Окончание табл. 3.1

1	2
Передача зубчатая с пересекающими- ся осями (коническая)	
Червячная передача с цилиндричес- ким червяком	
Передача зубчатая реечная	
Передача цепью (общее обозначение без уточнения типа цепи)	
Передача клиновым ремнем	
Открытая передача плоским ремнем	
Гайка на винте, передающем движение:	
неподвижная	$\sim \approx \sim$
неразъемная с шариками	$\sim$
разъемная	$\sim$

### Испытательное оборудование

На рис. 3.1 показана модель кривошипно-коромыслового механизма, а на рис. 3.2 — его кинематическая схема. Это рычажный четырехзвенный механизм, в состав которого входят кривошип 1 и коромысло 3, звено 2 — шатун. Механизм предназначен для преобразования вращательного движения кривошипа в колебательное движение коромысла. Механизм находит применение в конструкции качающихся конвейеров (в листопрокатном стане для перемещения подъемно-качающегося стана).





*Рис. 3.1.* Модель кривошипнокоромыслового механизма

Рис. 3.2. Кинематическая схема кривошипно-коромыслового механизма

При выполнении данной работы могут использоваться и другие механизмы.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с моделью механизма.

2. Медленно привести в движение ведущее звено и проследить за движением всех остальных звеньев. Установить, какими кинематическими парами связаны между собой звенья механизма.

3. Начертить кинематическую схему механизма в соответствии с условным изображением по ГОСТ 2.770-68.

4. Измерить расстояние между центрами вращательных кинематических пар, расстояние, на которое перемещается звено поступательной пары, число зубьев зубчатых колес, диаметры шкивов и т.п. Эти размеры проставить на схеме механизма.

5. Подсчитать число звеньев и кинематических пар.

6. Данные записать в отчет.

7. Выполнить в масштабе чертеж кинематической схемы механизма.



Рис. 3.3. Модели механизмов:

*а* — зубчатая передача; *б* — ременная передача с клиновым ремнем; *в* — цепная передача; *г* — фрикционный вариатор; *д* — шарнирно-рычажный механизм; *е* — эксцентриковый механизм; *ж* — с мальтийским крестом с зубчатой и ленточной передачами; *з* — кулачковый механизм; *и* — кулачковый и реечный механизм; *к* — кулисный механизм

8. Пронумеровать все звенья, а кинематические пары обозначить большими буквами.

На рис. 3.3 показаны модели различных механизмов, подобные тем, для которых нужно выполнять кинематические схемы.

## Практическая работа № 3.1. Кинематический и силовой расчет механических передач

Цель работы: систематизировать и закрепить знания по теме «Передачи»; определить кинематические и силовые параметры передач.

Задание: определить передаточные отношения, коэффициент полезного действия многоступенчатых передач; определить угловые скорости вращения валов, мощности и вращающие моменты на каждом валу.

### Теоретическое обоснование

Механизмы с вращательным движением звеньев обладают такими достоинствами, как непрерывность и равномерность при малых потерях на трение, а также возможность получения простых и надежных конструкций малых габаритов.

Большинство современных машин создается по схеме:

Передачами называются механизмы, служащие для передачи механической энергии на расстояние, как правило, с преобразованием вращательных моментов, скоростей, а иногда характера движения.

Основные характеристики передачи, необходимые для выполнения проектировочного расчета: мощность на ведущем ( $P_1$ , кВт) и ведомом ( $P_2$ , кВт) валах и угловая скорость ведущего ( $\omega_1$ , рад/с) и ведомого ( $\omega_2$ , рад/с) валов либо частота вращения ( $n_1$ ,  $n_2$ , мин<sup>-1</sup>).

Кроме основных при расчетах часто используются и производные характеристики передач: коэффициент полезного действия, окружная скорость, вращающий момент, передаточное отношение.

Коэффициент полезного действия (КПД)  $\eta = P_2/P_1$ ; для многоступенчатых передач общий КПД определяется по формуле

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n,$$

где  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ , ...  $\eta_n - K\Pi Д$  каждой кинематической пары (зубчатой, ременной и других передач, подшипников, т.е. звеньев, имеющих потери мощности).

Окружная скорость (м/с) ведущего или ведомого звена

$$v = \omega d/2$$

или

$$v=\pi dn/60,$$

где  $\omega$  – угловая скорость, рад/с; d – диаметр шкива, колеса и других звеньев, м; n – частота вращения, мин<sup>-1</sup>.

Окружная сила передачи, Н,

$$F_t = P/v = 2T/d,$$

где P – мощность, Вт; d – диаметр, м; T – вращающий момент, Н·м.

Вращающий момент  $T_1$  ведущего вала является моментом движущих сил, его направление совпадает с направлением вращения вала.

Вращающий момент  $T_2$  ведомого вала момент силы сопротивления, его направление противоположно направлению вращения вала.

Передаточное отношение *i* – отношение угловых скоростей валов, определяемое направлением потока мощности:

$$i = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2.$$

Передаточное отношение многоступенчатой передачи – произведение передаточных отношений отдельных ступеней:

$$i = i_1 i_2 \dots i_n.$$

Передаточное число u — отношение числа зубьев ведомого звена  $(z_2)$  к числу зубьев ведущего  $(z_1)$ :

$$u = z_2/z_1$$
.

Для передач зацеплением:

 $i = |u| = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1.$ 

#### Методическое обеспечение

1. Кинематические схемы приводов.

2. Таблица исходных данных (см. [3]: гл. 5, задание 5; [2]: гл. 8, задание 8).

### Порядок выполнения работы

1. Вычертить кинематическую схему привода в соответствии с ГОСТ 2.271-74 и ГОСТ 2.770-68.

2. Определить общий КПД привода:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n.$$

3. Вычислить мощность на валу электродвигателя:

$$P_1 = P_n / \eta,$$

где  $P_n$ , кВт, — мощность на выходном валу привода.

4. Найти общее передаточное отношение привода:

$$i = i_1 \ i_2 \ \dots \ i_n,$$

где  $i_1, i_2 \dots i_n$  – передаточные отношения ступеней привода.

5. Определить частоту вращения выходного вала привода:

$$n_3 = 60 \ v / (\pi D \cdot 10^{-3}).$$

6. Определить частоту вращения вала электродвигателя по [1] (табл. 24.9); [2] (табл. 6).

7. Определить частоту вращения валов привода.

8. Вычислить угловые скорости вращения валов привода:

$$\omega_1 = \pi n_1/30;$$
  

$$\omega_2 = \omega_1/i_1;$$
  

$$\omega_n = \omega_1/i.$$

9. Найти мощность на каждом из валов привода:

10. Найти вращающие моменты на валах привода:

Результаты расчета свести в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Валы	ω, рад/с;	<i>n</i> , мин <sup>-1</sup>	<i>Р</i> , кВт	<i>Т</i> , Н·м	<i>i</i> =
Ι					<i>i</i> <sub>1</sub> =
II					<i>i</i> 2 =
III					*2

### Пример расчета



Выполнить кинематический и силовой расчет привода ленточного конвейера. Скорость ленты v = 1,8 м/с, тяговое усилие F = 3,2 кH, диаметр барабана D = 200 мм. Выбрать электродвигатель (рис. 3.4).

#### Рис. 3.4.

Решение

Определяем мощность на выходном валу редуктора:

$$P = Fv = 3,2 \cdot 1,8 = 5,76 \text{ kBt}.$$

Вычисляем общий КПД привода:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3^2,$$

где  $\eta_1 = 0.95 - K\Pi Д$  ременной передачи;  $\eta_2 = 0.97 - K\Pi Д$  цилиндрической зубчатой передачи;  $\eta_3 = 0.99 - K\Pi Д$  одной пары подшипников качения (см. [1]: табл. 1.1).

Следовательно,

$$\eta = 0.95 \cdot 0.97 \cdot 0.99^2 = 0.903.$$

Находим требуемую мощность электродвигателя:

 $P_1 = P_3/\eta_3 = 5,76/0,903 = 6,38$  kBt.

По табл. 18.36 (см. [1]) принимаем электродвигатель 4А132 Мб, имеющий мощность P = 75 кBT и частоту вращения  $n = 940 \text{ мин}^{-1}$ .

Частота вращения выходного вала редуктора

$$n^3 = 60 \cdot v / (\pi D \cdot 10^{-3}) = 60 \cdot 1,8/(3,14 \cdot 200 \cdot 10^{-3}) = 173 \text{ мин}^{-1}.$$

Общее передаточное отношение привода

$$i = n_1/n_3 = 970/172 = 5,64.$$

Определяем передаточные отношения ступеней привода. Так как  $i = i_1 i_2$ , то, приняв стандартное значение передаточного отношения редуктора  $i_2 = 2,5$ , получаем передаточное отношение ременной передачи

$$i_1 = i/i_2 = 5,64/2,5 = 2,26.$$

Мощность на валах привода:

$$P_1 = 6,38 \text{ kBT};$$
  

$$P_2 = P_1\eta_1\eta_3 = 6,38 \cdot 0.95 \cdot 0.99 = 6 \text{ kBT};$$
  

$$P_3 = P_2\eta_2\eta_3 = 6 \cdot 0.97 \cdot 0.99 = 5,76 \text{ kBT}.$$

Частота вращения валов:

$$n_1$$
= 970 мин<sup>-1</sup>;  
 $n_2 = n_1 / i_1 = 970 / 2,26 = 430$  мин<sup>-1</sup>;  
 $n_3 = n_2 / i_2 = 430 / 2,5 = 172$  мин<sup>-1</sup>.

Угловая скорость вращения валов:

$$ω_1 = πn_1 / 30 = 3,14 \cdot 970 / 30 = 101,5$$
 paд/c;  
 $ω_2 = ω_1 / i_1 = 101,5 / 2,26 = 45$  paд/c;  
 $ω_3 = ω_2 / i_2 = 45 / 2,5 = 18$  paд/c.

Крутящие моменты на валах:

$$\begin{split} T_1 &= 10^3 \cdot P_1 / \omega_1 = 10^3 \cdot 6,38 / 101,5 = 62,8 \text{ H·m}; \\ T_2 &= T_1 \cdot i_1 \cdot \eta_1 \eta_3 = 62,8 \cdot 2,26 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 133,3 \text{ H·m}; \\ T_3 &= T_1 i \eta = 62,8 \cdot 5,64 \cdot 0,903 = 320 \text{ H·m}. \end{split}$$

Результаты расчетов вносим в табл. 3.3.

Таблица 3.3

№ вала	<i>Р</i> , кВт	Т, Н∙м	<i>п</i> , мин <sup>-1</sup>	ω, рад/с	<i>i</i> = 5,64
Ι	6,38	62,8	970	101,5	$i_1 = 2,26$
II	6	133,3	430	45	$i_2 = 2,5$
III	5,76	320	172	18	

Параметры привода

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Кинематическая схема привода с указанием параметров.

- 2. Кинематический и силовой расчет.
- 3. Таблица результатов расчета (см. табл. 3.2).

### Литература

1. Дунаев П.Ф., Лелико О.П. Констуирование узлов и деталей машин. М., 2006.

2. Руденок Е.М., Соколовская В.П. Техническая механика. Сборник заданий. Минск, 1990.

3. *Соколовская В.П.* Механика. Практикум по решению задач. Минск, 2006.

### Контрольные вопросы

1. Каково назначение передач?

2. Назовите достоинства механических передач вращательного движения.

3. Какова зависимость между угловой скоростью  $\omega$  и частотой вращения *n*, мин<sup>-1</sup>, вала?

4. Передаточное отношение i = 1, угловая скорость  $\omega_1 = 200$  рад/с. Определите угловую скорость ведомого звена.

5. Передаточное отношение *i* больше единицы. Эта передача является ускоряющей или замедляющей?

6. Какая зависимость существует между вращающими моментами на ведущем и ведомом валах?

7. Определите вращающий момент на валу электродвигателя, если его мощность P = 8 кBT, а частота вращения  $n = 1400 \text{ мин}^{-1}$ .

8. Определите вращающий момент на ведомом (выходном) валу многоступенчатой передачи, Н·м, при следующих данных: мощность на ведущем валу  $P_1 = 10$  кВт; угловая скорость ведущего вала  $\omega_1 = 100$  рад/с; общее передаточное отношение *i* = 25; общий коэффициент полезного действия  $\eta = 0,7$ .

9. Какие передачи – фрикционные, зубчатые или ременные – могут обеспечить постоянство передаточного отношения?

10. Как и по каким признакам классифицируются механические передачи?

11. Что учитывает КПД?

Задание на дом: карточки-задания (по вариантам); повторить гл. 1 [1].

















# Лабораторная работа № 3.2. Определение геометрических параметров зубчатых колес по их замерам

Цель работы: приобрести и закрепить навыки работы с мерительным инструментом; определить размеры зубчатых колес путем обмера; закрепить знания, полученные при изучении геометрии зубчатых колес и передач; ознакомиться с конструкцией зубчатых колес.

#### Теоретическое обоснование

Зубчатая передача — трехзвенный механизм, в котором два подвижных звена являются зубчатыми колесами, образующими с неподвижным звеном вращательную или поступательную пару. Зубчатое колесо с меньшим числом зубьев называется шестерней, с большим — колесом.

Зубчатые передачи предназначены для изменения угловых скоростей, моментов и их направлений.

Термины, определения и обозначения цилиндрических зубчатых колес и передач регламентированы ГОСТ 16531-83, расчет геометрических параметров – ГОСТ 16532-70, исходный контур – ГОСТ 13754-84.

Различают индексы, относящиеся: к начальной поверхности или окружности — w; к основной окружности — b; к поверхности или окружности вершин и головке зуба — a; к поверхности или окружности впадин к ножке зуба — f; к торцевому сечению — t; к нормальному сечению — n; осевому сечению — x; к шестерне — l; к колесу — 2; к зуборезному инструменту — 0 (рис. 3.5).

Параметрам, относящимся к делительной поверхности или делительной окружности, индексы не присваиваются.

Отдельно взятое зубчатое колесо характеризуют основные параметры: окружной делительный шаг зубьев  $p_t$  — расстояние между одноименными профилями двух соседних зубьев, измеренное по дуге делительной окружности; нормальный шаг зубьев  $p_n$ , равный шагу исходной рейки.

Часть зубчатого колеса, содержащая все зубья, связанные друг с другом прилегающей к ним поверхностью тела зубчатого колеса, называется *зубчатым венцом*.

Наибольшее расстояние между торцами зубьев цилиндрического зубчатого колеса по линии, параллельной оси, называется шириной венца цилиндрического зубчатого колеса и обозначается буквой b (рис. 3.6).

Линейная величина, в  $\pi$  раз меньшая окружного шага зубьев, называется окружным модулем  $m_t$ , а линейная величина, в  $\pi$  раз меньшая нормального шага зубьев, называется нормальным модулем  $m_n$ .



Рис. 3.5. Геометрические параметры колеса



Рис. 3.6. Зубчатое колесо

В качестве расчетного модуля цилиндрического зубчатого колеса принят нормальный модуль зубьев  $m_n = m_t \cos\beta$ , где  $\beta$  – угол наклона зубьев (у прямозубых колес  $\beta = 0$ );  $m_n = m_t = m$ .

Значения  $m_n$  устанавливаются ГОСТ 9565-60 (стандарт распространяется на цилиндрические зубчатые колеса и конические с прямым зубом). Предпочтительные значения  $m_n$  в наиболее используемом диапазоне указаны в первом ряду.

Первый ряд: 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20.

Второй ряд: 1; 1,25; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11; 14; 18.

Форма зубчатого колеса может быть плоской (см. рис. 3.6) или с выступающей ступицей. Значительно реже (в одноступенчатых редукторах) колеса делают со ступицей, выступающей в обе стороны.

Зубчатые колеса изготовляют ковкой, штамповкой, литьем и с помощью сварки. При небольших диаметрах их изготовляют из прутка, а при больших заготовки получают свободной ковкой с последующей токарной обработкой. При серийном производстве заготовки колес получают из прутка свободной ковкой, а также ковкой в штампах.

### Порядок выполнения работы

- 1. Изучить конструкцию зубчатого колеса.
- 2. Замерить диаметры вершин зубьев d<sub>a</sub> (см. рис. 3.5).
- 3. Сосчитать число зубев z зубчатого колеса.

4. Используя формулу  $d_a = m(z + 2)$ , определить модуль *m* зубчатого колеса  $m = d_a / (z + 2)$  и согласовать со стандартным значением (ГОСТ 9565-60).

5. Рассчитать делительный диаметр d зубчатого колеса: d = mz; диаметр окружности впадин  $d_f = d - 2,5m$ .

6. Определить замером следующие параметры:

– диаметр окружности впадин  $d_f$  и сравнить с расчетным;

- ширину венца зубчатого колеса *b*, мм;
- внутренний диаметр ступицы *d*, мм;
- диаметр вала  $d_{\rm B}$ , мм;
- наружный диаметр ступицы *d*<sub>ст</sub>, мм;
- диаметр окружности отверстий диска D<sub>0</sub>, мм;
- толщину обода δ, мм;
- толщину диска С, мм;
- длину ступицы *l*<sub>ст</sub>, мм.
7. Найти отношения:

 $\begin{aligned} &d_{\rm CT}/d_{\rm B}=\dots \ .\\ &l_{\rm CT}/d_{\rm B}=\dots \ .\\ &\delta/m=\dots \ .\\ &C/b=\dots \ . \end{aligned}$ 

Сравнить найденные отношения с принятыми на практике.

8. Выполнить эскиз зубчатого колеса, проставить найденные размеры.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Расчет размеров зубчатого колеса m, d, d<sub>f</sub>.

2. Таблица замеров и расчет параметров зубчатого колеса (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Параметр	Обозначение	Значение
Число зубьев	Ζ	
Диаметр вершин зубьев	d <sub>a</sub>	
Модуль зубьев	т	
Делительный диаметр	d	
Диаметр окружности впадин	$d_f$	
Ширина венца	b	
Наружный диаметр ступицы	d <sub>ct</sub>	
Внутренний диаметр ступицы	d	
Длина ступицы	l <sub>ct</sub>	
Толщина обода	δ	
Толщина диска	С	

3. Материал колеса и способ его изготовления.

4. Эскиз зубчатого колеса с указанными размерами.

#### Контрольные вопросы

1. Какая окружность зубчатого колеса называется делительной?

2. Как определяются диаметры делительных окружностей для прямозубых и косозубых зубчатых колес?

3. Что такое шаг и модуль зацепления?

4. Что называется окружным шагом зубьев?

5. Что называется окружным модулем зубьев?

6. Какой модуль принят в качестве расчетного лдя цилиндрических зубчатых колес?

#### Карточки-задания

#### Вариант 1

Дано: межосевое расстояние  $a_w$ =297 мм; число зубьев: шестерни  $z_1$  = 22; колеса  $z_2$  = 77; ширина венца колеса  $b_w$  = 80 мм; угол зацепления  $\alpha$  = 20°; окружное усилие  $F_t$  = 1200 H; угловая скорость  $\omega$  = 92 рад/с; общий КПД  $\eta$  = 0,95.

Определить: передаточное число – u; модуль зубьев – m, мм; диаметр окружностей вершин зубьев, мм: шестерни  $d_{a1}$ , колеса  $d_{a2}$ ; шаг зубьев p, мм; высоту зуба h, мм; коэффициент ширины  $\psi_{ba}$ ; передаваемую мощность  $P_2$ , кВт; радиальное усилие  $F_r$ , Н.

#### Вариант 2

Дано: межосевое расстояние  $a_w = 150$  мм; число зубьев: шестерни  $z_1 = 20$ , колеса  $z_2 = 55$ ; ширина венца колеса  $b_w = 80$  мм; угол зацепления  $\alpha = 20^\circ$ ; окружное усилие  $F_t = 800$  H; частота вращения шестерни  $n_1 = 720$  мин<sup>-1</sup>.

Определить: передаточное число – u; модуль зубьев – m, мм; диаметр окружностей вершин зубьев, мм: шестерни  $d_{a1}$ , колеса  $d_{a2}$ ; шаг зубьев p, мм; коэффициент ширины  $\psi_{ba}$ ; передаваемую мощность  $P_2$ , кВт; радиальное усилие  $F_r$ , H.

#### Вариант 3

Дано: модуль зубьев m = 5 мм; число зубьев шестерни  $z_1 = 27$ ; передаточное число u = 3; коэффициент ширины  $\psi_{ba} = 0,32$ ; угол зацепления  $\alpha = 20^{\circ}$ ; мощность на шестерне  $P_1 = 15$  кВт; частота вращения шестерни  $n_1 = 980$  мин<sup>-1</sup>; общий КПД  $\eta = 0,94$ .

*Определить*: межосевое расстояние  $a_w$ ; диаметр окружностей вершин зубьев, мм: шестерни  $d_{a1}$ , колеса  $d_{a2}$ ; ширину венца

колеса  $b_w$ , мм; вращающий момент на колесе  $T_2$ , Нм; окружное усилие  $F_t$ , Н; радиальное усилие  $F_r$ , Н.

#### Вариант 4

Дано: модуль зубьев m = 6 мм; число зубьев шестерни  $z_1 = 23$ ; передаточное число u = 4; коэффициент ширины  $\psi_{ba} = 0,35$ ; угловая скорость шестерни  $\omega_1 = 76$  рад/с; мощность на шестерне  $P_1 = 16$  кВт; общий КПД  $\eta = 0,94$ .

Определить: межосевое расстояние  $a_w$ ; диаметр окружностей вершин зубьев, мм: шестерни  $d_{a1}$ , колеса  $d_{a2}$ ; диаметр окружности впадин, мм; шестерни  $d_{f1}$ ; высоту зуба h, мм; ширину колеса  $b_w$ ; вращающий момент на колесе  $T_2$ , Нм; окружное усилие  $F_t$ , Н; радиальное усилие  $F_r$ , Н.

# Лабораторная работа № 3.3. Изучение конструкции двухступенчатого цилиндрического редуктора и определение параметров зацепления

Цель работы: изучить конструкцию редуктора, ознакомиться с основными требованиями, предъявляемыми к его сборке; определить параметры зацепления и размеры зубчатых колес.

Оборудование и инструменты: слесарный инструмент (набор гаечных ключей, отвертка, молоток); штангенциркуль; мерительная линейка; цилиндрический редуктор.

## Теоретическое обоснование

*Редуктор* — это механизм, состоящий из зубчатых или червячных передач, заключенный в отдельный закрытый корпус и работающий в масляной ванне.

Назначение редуктора – понижение частоты вращения и соответственно повышение вращающего момента ведомого вала по сравнению с валом ведущим. Редуктор как законченный механизм соединяется с двигателем и рабочей машиной муфтами. Это принципиально отличает его от зубчатой передачи, встраиваемой в исполнительный механизм. Тип редуктора определяется составом передач, порядком их размещения в направлении от ведущего — быстроходного вала к ведомому — тихоходному валу и положением зубчатых колес в пространстве.

Для обозначения передач используют большие буквы алфавита: Ц – цилиндрическая, К – коническая, Ч – червячная, П – планетарная, В – волновая зубчатая. Если одинаковых передач лве или более. то после буквы ставится соответствующая цифра. Наиболее распространены редукторы с валами, расположенными в горизонтальной плоскости. Для удобства сборки корпуса редукторов выполняют составными. В обычных зубчатых редукторах корпус состоит из двух деталей: основания, закрепляемого на фундаменте или на раме, и крышки. Точность фиксирования крышки относительно корпуса редуктора в процессе сборки обеспечивается двумя, обычно коническими, штифтами, которые устанавливаются на возможно большем расстоянии друг от друга. Обозначение типоразмера редуктора складывается из его типа и главного параметра его тихоходной ступени. Для передач цилиндрической и червячной главным параметром является межосевое расстояние *а*<sub>и</sub>, мм.

Под исполнением понимают передаточное число, формы концов валов и вариант сборки.

Пример условного обозначения цилиндрического редуктора с межосевым расстоянием 160 мм и передаточным числом 4 – редуктор Ц-160-4.

Основная энергетическая характеристика редуктора — допускаемый вращающий момент T на его ведомом (тихоходном) валу при постоянной нагрузке.

Зубчатые редукторы изготавливаются с прямозубыми, косозубыми и шевронными колесами. Они находят широкое применение, особенно в транспортном, химическом машиностроении, машинах легкой промышленности. Наиболее применимы двухступенчатые редукторы с передаточным числом u = 8...40.

Корпус редуктора служит для размещения и координации деталей передач, защиты их от загрязнения, организации системы смазывания, а также восприятия сил, возникающих в зацеплении редукторной пары, подшипниках, открытой передаче.

Наиболее распространенный способ изготовления корпусов – литье из серого чугуна (например, СЧ15).

Корпуса современных редукторов очерчивают плоскими поверхностями, все выступающие элементы (бобышки под-

шипниковых гнезд, ребра жесткости) устраняют с наружных поверхностей и вводят внутрь корпуса, проушины для транспортирования редуктора отлиты заодно с корпусом.

При окружных скоростях до 15 м/с применяют преимущественно картерное смазывание зацепления редукторов. Быстроходные зубчатые колеса погружаются в масло на глубину 3...4 модуля, тихоходные допустимо погружать на 1/3 диаметра. При высоких окружных скоростях применяют циркуляционное смазывание.

При картерном смазывании передач вследствие вращения колес брызгами масла покрыты все детали передач и внутренние поверхности стенок корпуса. Стекающее с колес, валов и стенок масло попадает в подшипник. Для подшипников тихоходных редукторов, работающих при окружных скоростях менее 4 м/с, применяют пластичный смазочный материал (ЦИАТИМ-201, Литол-24, ОКБ-122-7 и др.). В этом случае подшипник закрывают с внутренней стороны маслосбрасывающим кольцом. Для осмотра передач редуктора и заливки жидкого смазочного материала в крышке корпуса имеется смотровое отверстие, закрываемое крышкой, в которой для редукторов с большим тепловыделением закрепляется отдушина.

Назначение отдушины — предотвращение выбрасывания смазочного материала из редуктора через уплотнения и стыки при повышении давления внутри корпуса из-за нагрева воздуха и смазочного материала.

#### Описание редуктора

Объектом лабораторных исследований является двухступенчатый зубчатый редуктор с цилиндрическими косозубыми колесами (рис. 3.7). Редуктор состоит из основания корпуса 7, крышки корпуса 38, вала-шестерни 1, валов 18 и 31, зубчатых колес 1 и 24, подшипников 5, 13, 28, 17, 21, 27, крышек с уплотнением 3 и 19, глухих крышек 10, 15, 30 и 25, уплотнительных колец 40 и 41, шайб для упора подшипников 4, 9, 16, 29, 20, шайбы-прокладки 12, регулировочных пробок 26, 14, 11, штифтов 6 и 22 для центрирования отверстий под болты при сборке редуктора, крышки для заливки масла 35, прикрепленной винтами 23, винтов 36 с шайбами для крепления крышки, винтов 36 с шайбами 37 для стопорения регулировочных пробок, отдушины 33, пробки для проверки уровня масла 34 и пробки 32





Рис. 3.7. Цилиндрический двухступенчатый горизонтальный редуктор

для слива смазки. Ведущий вал-шестерня *1* установлен на радиально-упорных подшипниках с коническими роликами *5* и *13*. Для фиксации вала-шестерни в осевом направлении служат крышки *3*, *10*, кольца *4*, *9* и шайба-прокладка *12*.

Промежуточный вал устанавливается на таких же подшипниках и фиксируется в осевом направлении регулировочной пробкой 14, которая через кольцо 16 создает необходимое прижатие наружного кольца подшипника 17. Выходной вал редуктора установлен на шариковых радиальных подшипниках 21, 27 и фиксируется в осевом направлении, как и валы 1 и 31.

Для предотвращения вытекания масла из корпуса и попадания внутрь пыли в крышках 3 и 19 установлены уплотнительные кольца 40 и 41.

## Порядок выполнения работы

1. Разборка редуктора. Отвернуть винты 39, снять крышку редуктора 38. Сделать визуальный осмотр зубчатого зацепления; вынуть глухие крышки подшипников 10, 15, 25, 30; вынуть валы 1, 31, 18 в сборе с зубчатыми колесами и изучить их конструкции; снять с валов 1 и 18 крышки с уплотнениями 3, 19 и определить тип уплотнений.

2. Определить параметры редуктора; составить кинематическую схему редуктора с нумерацией зубчатых колес; установить тип зубчатой передачи; определить число ступеней редуктора; замерить межосевые расстояния  $a_{w1}$  и  $a_{w2}$ ; замерить размеры подшипников, определить их тип и номер по каталогу.

3. Определить параметры зацепления: подсчитав число зубьев  $z_1, z_2, z_3, z_4$  колес, определить передаточные числа первой ступени:  $u_1 = z_2/z_1$ ; второй ступени:  $u_2 = z_4/z_3$ .

Общее передаточное число редуктора  $u = u_1 u_1$ .

Замерить ширину венцов зубчатых колес *b* и диаметры окружностей вершин колес, определить направление линии зубьев колес, угол наклона линии зубьев и окружной модуль зубчатых колес: первой ступени  $m_{t1} = 2a_{w1}/(z_1 + z_2)$ ; второй ступени  $-m_{t2} = 2a_{w2}/(z_3 + z_4)$ .

Определить нормальный модуль: первой ступени  $m_{n1} = m_{t1} \cos\beta_1$ ; второй ступени  $-m_{n1} = m_{t2} \cos\beta_2$ .

Значения  $m_{n1}$  и  $m_{n2}$  должны быть согласованы со стандартом:

Первый ряд	1	1,25	2	2,5	3	4	6	8	10	12	16	20
Второй ряд	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	7	9	11	14	18	22

Определить делительные диаметры колес:  $d = m_n z / \cos \beta$ .

Уточнить межосевые расстояния: первой ступени:  $a_{w1} = (d_1 + d_2)/2$ ; второй ступени  $a_{w2} = (d_3 + d_4)/2$ . Сравнить их с ранее замеренными и объяснить расхождение, если оно имеется.

Определить диаметры впадин:  $d_f = d - 2m_n$ . Уточнить диаметры вершин:  $d_a = d + 2m_n$ .

Определить коэффициенты ширины колес по отношению к межосевому расстоянию для первой и второй ступеней:  $\psi_{ba} = b/a_w$ .

Все замеренные, рассчитанные и взятые по стандартам параметры занести в табл. 3.5.

4. Сборка редуктора производится в порядке, обратном разборке. Правильно собранный редуктор должен свободно проворачиваться при вращении входного вала и не иметь люфтов.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Кинематическая схема редуктора согласно ГОСТ 2.770-68.

2. Краткое описание конструкции редуктора в результате внешнего осмотра (до разборки).

- тип редуктора (горизонтальный, вертикальный);

- корпус редуктора (литой, сварной);

- количество плоскостей разъема;

 обеспечение жесткости корпуса (наличие ребер жесткости);

- устройство для подъема корпуса и крышки;

- наличие и тип маслоуказателя;

 тип устройства для контроля сборки, осмотра редуктора при эксплуатации, заливки масла;

- наличие устройства для слива масла и промывки редуктора.

3. Устройство подшипниковых узлов.

 тип и серия подшипника (по возможности установить по цифровому обозначению и проверить путем замера штангенциркулем);

 способ смазывания подшипника (изолирована камера или нет);

– уплотнение подшипникового узла (контактное, лабиринтное и т.д.);

– крышки подшипниковых узлов (материал крышек, наличие регулировочных прокладок);

- крепление подшипников на валах и в корпусе;

- регулирование зазоров в подшипниках.

## 4. Конструкции деталей редуктора:

- характеристика зацепления в форме табл. 3.5.

Таблица 3.5

Параметры и обозначения	Первая ступень	Вторая ступень	Общие
1	2	3	4
Число ступеней редуктора			
Вид зубчатой передачи			
Межосевое расстояние <i>а</i> <sub>w</sub> : замеренное рассчитанное по формуле			
Число зубьев: шестерни z <sub>1</sub> , z <sub>3</sub> колеса z <sub>2</sub> , z <sub>4</sub>			
Суммарное число зубьев $z_{\Sigma}$			
Передаточное число $u_1, u_2, u$			
Модуль окружной <i>m<sub>t</sub></i> , мм			
Модуль нормальный <i>m<sub>n</sub></i> , мм			
Угол наклона линии зуба β, град			
Делительный диаметр <i>d</i> , мм: шестерни <i>d</i> <sub>1</sub> , <i>d</i> <sub>3</sub> колеса <i>d</i> <sub>2</sub> , <i>d</i> <sub>4</sub>			
Диаметр вершин $d_a$ , мм: шестерни $d_{a1}$ , $d_{a3}$ колеса $d_{a2}$ , $d_{a4}$		-	
Диаметр впадин <i>d<sub>f</sub></i> , мм: шестерни <i>d<sub>f</sub></i> , <i>d<sub>f3</sub></i> колеса <i>d<sub>f2</sub></i> , <i>d<sub>f4</sub></i>			
Ширина венцов зубчатых колес $b$ ,мм: шестерни $b_1, b_3$ колеса $b_2, b_4$			
Коэффициент ширины по отношению к межосевому расстоянию $\psi_{ba}$			

### Контрольные вопросы

1. Какие модули рассматриваются в косозубом колесе? Какова зависимость между ними?

2. Какой модуль у косозубого колеса является стандартным?

3. Почему прочность косозубого колеса больше, чем колеса с прямым зубом?

4. Как влияет угол наклона линии зуба на плавность работы зубчатой передачи?

5. Как смазываются зацепления и подшипники редуктора?

6. С какой целью применяются многоступенчатые передачи?

#### Карточки-задания

#### Вариант 1



Вариант 2



Ø450



#### Вопросы

2. Определить вращающий момент на ведомом (выходном) валу многоступенчатой передачи в Н·м при следующих данных: мощность на ведущем валу  $P_1 = 16 \text{ кBT}$ ; частота вращения  $n_1 = 975 \text{ мин}^{-1}$ ; передаточное отношение i = 8: КПД передачи n = 0.75.

 Определить вращающий момент на выходном валу передачи при следующих значениях коэффициента полезного действия:

ременной передачи η<sub>1</sub> = 0,94;

зубчатой передачи η<sub>2</sub> = 0,95;

пары подшипников  $\eta_3 = 0,98$ .



#### Вариант 4



2. Определить вращающий момент на ведомом (выходном) валу многоступенчатой передачи в Н·м при следующих данных: мощность на ведущем валу  $P_1 = 20$  кВт; угловая скорость ведущего вала  $\omega_1 = 75$  рад/с; общее передаточное отношение передачи *i* = 9; общий коэффициент полезного действия передачи  $\eta = 0.8$ .



# Лабораторная работа № 3.4. Изучение конструкции червячного редуктора и определение параметров зацепления

**Цель работы**: изучить конструкцию редуктора, определить основные параметры червячного зацепления, червяка и червячного колеса.

## Теоретическое обоснование

Для передачи движения между валами, оси которых перекрещиваются, применяют червячные редукторы. Они обеспечивают при малых габаритах и небольшом весе возможность получения большого передаточного числа (обычно u = 8...80), плавность и бесшумность работы.

По относительному положению червяка и червячного колеса различают три основные схемы червячных редукторов: с нижним, верхним и боковым расположениями червяка.

**Червяк**. Наибольшее распространение получили червячные передачи с цилиндрическим червяком, имеющим архимедову нарезку. Червяки могут быть сплошными или насадными. Червячные колеса выполняются как цельными, так и составными: венец (бандаж) из бронзы, а колесный центр — из чугуна.

Опоры червяка и вала червячного колеса. Обычно применяются подшипники качения шариковые радиально-упорные или радиально-упорные с коническими роликами. Выбор типа

подшипников зависит от соотношения сил, действующих в зацеплении.

Уплотнения. Уплотнения ставятся в сквозных крышках, через которые выходят концы валов. Они предназначены для предотвращения попадания механических частиц в подшипники и в зацепление через зазор между отверстиями в крышке и валами, а также для предотвращения вытекания смазки из редуктора.

Корпус редуктора. Корпус обычно выполняется из чугуна. Конструкция корпуса должна быть обеспечена легкой установкой в него червяка и вала червячного колеса. Для червячных редукторов верхнего (или нижнего) расположения червяка корпус обычно делается разъемным в горизонтальной плоскости, проходящей через ось вала червячного колеса.

#### Описание редуктора

Объектом исследования является червячный редуктор с верхним расположением червяка (рис. 3.8).

Детали редуктора монтируются в литом чугунном корпусе, состоящем из двух частей: основания корпуса 22 и крышки корпуса 16; основание и крышка корпуса соединяются между собой при помощи болтов 13 и гаек 14. Пружинные шайбы 15 предохраняют болтовые соединения от самоотвинчивания. Опорами для червяка 17 и вала червячного колеса 19 служат радиальноупорные подшипники с коническими роликами. Между крышками подшипников 2, 4, 8, 11 устанавливается набор металлических прокладок 3, 5, 9, 12, служащих для регулирования зазора в подшипниках и осевого положения червячного колеса.

Основание корпуса 22 одновременно служит и резервуаром для масла. Контроль уровня масла осуществляется жезловым маслоуказателем 23. Пробка 24 предназначена для слива масла. Крышка 26 закрывает люк, через который наблюдают за состоянием червячного зацепления.

Взаимное положение основания 22 и крышки 16 корпуса фиксируется двумя штифтами 27.

#### Порядок выполнения работы

1. Разборка редуктора. Отвернуть болты 1. Снять крышку 2 с прокладкой 3. Снять сквозную крышку 4 с прокладкой 5 и



Рис. 3.8. Редуктор червячный одноступенчатый

уплотнением 6. Отвернуть болты 7. Снять крышку 8 с прокладкой 9 и уплотнение 10. Снять крышку 11 с прокладкой 12. Осмотреть конструкцию крышек и уплотнений. Отвернуть болты 13 с гайками 14 и шайбами 15. Снять крышку корпуса 16 в сборе с червяком. Вынуть червяк 17 в сборе с подшипниками 18. Изучить конструкцию червяка.

Снять вал 19 с подшипниками 20 и червячным колесом 21. Изучить конструкцию червячного колеса 21, вала 19, основания корпуса редуктора 22 (рис. 3.8). Снять маслоуказатель 23, вывернуть пробку 24 с прокладкой 25.

2. Определение параметров зацепления. Начертить кинематическую схему редуктора с обозначением быстроходного и тихоходного валов. Замерить межцентровое расстояние  $a_w$ .

Определить число витков червяка  $z_1$ . Подсчитать число зубьев колеса  $z_2$ . Определить передаточное число редуктора  $u = z_2/z_1$ , замерить диаметры окружностей вершин червяка  $d_{a1}$  и колеса  $d_{a2}$ . Определить модуль  $m = d_{a2} / (z_2 + 2)$ , принять ближайшее стандартное значение модуля по таблице.

Первый ряд	1,0	1,25	1,6	2,0	2,5	3,15	4,0	5,0	6,3	10	12,5
Второй ряд	1,5	3,0	3,5	6,0	7,9	12	14				

Определить делительные диаметры:

- червяка  $d_1 = d_{a1} - 2m;$ 

— колеса  $d_2 = mz_2$ .

Определить коэффициент диаметра червяка:  $q = d_1/m$ .

Значение *q* нужно принять в соответствии со стандартными значениями:

Первый ряд	8	10	12,5			
Второй ряд	7,1	9	11,5	14	16	18

Определить угол подъема винтовой линии червяка: tg $\psi = z_1/q$ . Замерить ширину колеса  $b_{2,}$  длину нарезанной части червяка  $b_1$  наружный диаметр червячного колеса  $d_{aM2}$ .

Уточнить межосевое расстояние  $a_w = (d_1 + d_2) / 2$ ; диаметр вершин червяка  $d_{a1} = d_1 + 2m$ ; диаметр вершин колеса  $d_{a2} = d_2 + 2m$ ; диаметр впадин червяка  $d_{f1} = d_1 - 2$ ,4*m*; диаметр впадин колеса  $d_{f2} = d_2 - 2$ ,4*m*; наружный диаметр колеса  $d_{aM2} = d_{a2} + 2m$  (при одновинтовом червяке).

Замеренные, рассчитанные и взятые по стандартам параметры зацепления занести в табл. 3.6.

3. Сборка редуктора. Сборка редуктора производится в порядке, обратном разборке. После установки вала червячного колеса в корпус и червяка в сборе, прежде чем затягивать болты *1* и 7, нужно провести регулировку осевого зазора подшипников. Такую регулировку подшипников червяка проводят прокладками 9 и 12 между корпусом и торцом крышек следующим образом: ставят комплект прокладок на одну из крышек (например,  $\delta$ ), устанавливают в корпус и зажимают болты до отказа; вторую крышку (в этом случае 11) без прокладок ставят на место; немного не дожав болты крышки, добиваются такого положения, чтобы червяк проворачивался туго. Далее замеряют щупом зазор между фланцем крышки и корпусом  $\delta$ . К величине зазора  $\delta_1$  прибавляют величину необходимого осевого зазора в подшипниках  $\delta_2$ . Рекомендуемая осевая игра при диаметре вала 50 мм равна  $\delta_2 = 0,08...15$  мм. Сумма размеров  $\delta_1 + \delta_2$  составляет необходимую толщину комплекта прокладок.

После этого крышку снимают, подбирают комплект прокладок, по толщине равных  $\delta = \delta_1 + \delta_2$ , и ставят крышку с прокладками в корпусе, зажав винты до отказа. Если вал проворачивается туго, то необходимо добавить еще одну тонкую прокладку.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

- 1. Кинематическая схема редуктора.
- 2. Описание конструкции редуктора и его основных элементов.
- 3. Характеристика зацепления (табл. 3.6).

Таблица 3.6

Параметры и обозначения	Замеры	Уточнения
1	2	3
Межосевое расстояние а <sub>w</sub>		
Число витков червяка z <sub>1</sub>		
Число зубьев колеса z <sub>2</sub>		
Передаточное число и		
Диаметры вершин, мм: червяка $d_{a1}$ червячного колеса $d_{a2}$		
Расчетный модуль <i>m</i> , мм		
Делительный диаметр, мм: червяка d <sub>1</sub> червячного колеса d <sub>2</sub>		
Коэффициент диаметра червяка q		

1	2	3
Угол подъема винтовой линии червяка <i>ψ</i> , град		
Ширина колеса <i>b</i> <sub>2</sub> , мм		
Длина нарезанной части червяка <i>b</i> <sub>1</sub> , мм		
Наружный диаметр червячного колеса $d_{a\mathbf{M2}}$ , мм		
Диаметр впадин <i>d</i> <sub>f</sub> , мм:		
червяка <i>d<sub>f1</sub></i>		
червячного колеса $d_{f2}$		

#### Контрольные вопросы

1. По каким параметрам определяют передаточное число в червячной передаче?

2. В чем заключается явление самоторможения в червячной передаче? Как определяется КПД червячной передачи?

3. Чем вызвано широкое распространение червячных передач и какие еще профили червяков применяют?

4. Приведите сравнительную оценку червячных и зубчатых передач.

5. Укажите причины выхода из строя червячных передач и критерии их работоспособности.

6. Перечислите наиболее употребительные конструкции червячных редукторов с различными схемами.

#### Карточки-задания

#### Вариант 1

Вопросы	
1. Определить передаточное отноше- ние и коэффициент полезного дей- ствия передачи, если: КПД муфты $\eta_1 = 0.98$ ; КПД червячной передачи $\eta_2 = 07$ ; КПД цепной передачи $\eta_3 = 0.9$ ; КПД пары подшипников $\eta_4 = 0.99$ .	
	$\frac{5}{z=34}$ z=17 z=28

Вопросы
---------

2. Определить вращающий момент на ведомом (выходном) валу многоступенчатой передачи в H м при следующих данных: мощность на ведущем валу P<sub>1</sub> = 8 кВт; угловая скорость ведущего вала ω<sub>1</sub> = 80 рад/с; общее передаточное отношение передачи *i* = 24; общий коэффициент полезного действия η = 0,82.

3. Определить врщающий момент в  $H \cdot M$  на ведомом (выходном) валу передачи при следующих значениях коэффициента полезного действия: ременной передачи  $\eta_1 = 0.97$ ;

червячной передачи  $\eta_2 = 0,75;$ 

пары подшипников  $\eta_3 = 0,99$ .



Вариант 2



2. Определить вращающий момент на ведомом (выходном) валу многоступенчатой передачи в Н·м при следующих данных: мощность на ведущем валу  $P_1 = 8$  кВт; угловая скорость ведущего вала  $\omega_1 = 80$  рад/с; общее передаточное отношение передачи *i* = 24; общий коэффициент полезного действия  $\eta = 0,82$ .



# Лабораторная работа № 3.5. Изучение конструкции, принципа работы и кинематики планетарных передач

**Цель работы:** изучить конструкцию и приобрести навыки самостоятельного анализа основных свойств и параметров планетарных передач.

## Теоретическое обоснование

Планетарными называют передачи, имеющие зубчатые колеса с перемещающимися осями. Наиболее распространенная простейшая однорядная планетарная передача (рис. 3.9) состоит из центрального колеса *1* с наружными зубьями, неподвижного центрального колеса *3* с внутренними зубьями и водила *H*, на котором закреплены оси планетарных колес или сателлитов *3*. Сателлиты обкатываются по центральным колесам и вращаются вокруг своих осей. Водило вместе с сателлитами вращается вокруг центральной оси.



Рис. 3.9. Планетарный редуктор

Кинематика планетарных передач определяется различными методами. Наибольшее распространение получил метод Виллиса — аналитический метод остановки водила. При этом методе звеньям планетарной передачи мысленно сообщается дополнительное вращение с угловой скоростью, равной угловой скорости водила  $\omega_H$ , но направленной в противоположную сторону. При этом водило как бы останавливается, а закрепленное колесо освобождается. Получается так называемый обращенный механизм, представляющий собой обычную не планетарную передачу, в которой геометрические оси всех колес неподвижны. Сателлиты при этом становятся промежуточными (паразитными) колесами, т.е. не влияющими на передаточное число механизма.

Определим передаточное число планетарной передачи (см. рис. 3.9). Для обращенного механизма этой передачи передаточное число от звена *1* к звену *3* при остановленном водиле

$$u_{13}^{H} = (\omega_1 - \omega_H) / (\omega_3 - \omega_H) = -z_3 / z_1,$$

где  $\omega_1 - \omega_H$  и  $\omega_3 - \omega_H$  соответственно угловые скорости колес *1* и *3* относительно водила *H*;  $z_1$  и  $z_3$  – соответственно числа зубьев колес *1* и *3*.

Переходя к реальной планетарной передаче, у которой в большинстве случаев колесо 3 закреплено неподвижно, т.е.  $\omega_3 = 0$ , колесо 1 является ведущим, а водило H – ведомым, получаем:

$$(\omega_1 - \omega_H) / (-\omega_H) = -(z_3/z_1); -(\omega_1 / \omega_H) + 1 = -(z_3/z_1)$$
  
или  $\omega_1 / \omega_H = 1 + (z_3/z_1),$ 

т.е. передаточное число простейшей планетарной передачи на единицу больше передаточного числа обычной одноступенчатой зубчатой передачи.

#### Испытательное оборудование

Для выполнения работы необходимы: планетарный механизм, инструмент для разборки, сборки и замера отдельных величин механизма и сборочный чертеж редуктора.

## Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с конструкцией редуктора.

2. Разобрать редуктор, обеспечить доступ к зубчатым колесам.

3. Изучить конструкцию деталей и узлов механизма, обратив особое внимание на устройство водила и крепление на нем сателлитов, конструкцию центрального колеса и способ его соединения с ведущим валом, способ смазывания зацепления и подшипников.

4. Сосчитать число зубьев колес и определить передаточное число механизма.

5. Замерить основные параметры передачи.

6. Составить кинематическую схему передачи.

7. Данные замеров и расчетов занести в табл. 3.7.

8. Определить по формуле Чебышева число степеней свободы:

$$W = 3n - 2p_2 - p_1,$$

где *n* – число подвижных звеньев; *p*<sub>2</sub> – число пар, накладывающих два условия связи; *p*<sub>1</sub> – число пар, накладывающих одно условие связи.

9. Установить, каким является редуктор: простым планетарным или дифференциальным механизмом.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Кинематическая схема исследуемого механизма.

2. Основные параметры планетарной передачи (табл. 3.7).

3. Эскиз одного из элементов зацепления (центрального колеса или сателлита).

Таблица 3	.7
-----------	----

Наименование параметра и его размерности	Обозначе- ние	Способ определения	Результаты измерений и вычислений
1	2	3	4
Число зубьев:			
центрального колеса	$z_1$	Сосчитать	
(солнечного)			
сателлитов	$z_2$	Сосчитать	
центрального	<i>z</i> <sub>3</sub>	Сосчитать	
(корончатого)			
Диаметры вершин колес, мм:			
солнечного	$d_{a1}$	Замерить	
сателлитов	$d_{a2}$	Замерить	
Межосевое расстояние, мм	$a_w$	Замерить	
Модуль зацепления,* мм	т		
Число сателлитов	С	Сосчитать	
Условие соосности		$z_1 + z_2 = z_3 - z_2$	
Условие сборки**		$(z_1 + z_2)/C = \gamma$	

1	2	3	4
Условие соседства			
Передаточное число	и	$u = 1 + z_3/z_1$	
Расчетное значение коэффициента полезного действия (КПД)	η	$\eta = 1 - (1 - 1/u) \times (1 - u_{13})$	

Примечания.

\* Значение модуля округлить до стандартного.

\*\*ү – целое число.

## Контрольные вопросы

1. Каковы основные достоинства и недостатки планетарных передач?

2. В чем принципиальное отличие планетарных передач от обычных зубчатых передач?

3. Каковы устройство и принцип работы планетарной передачи?

4. В каком случае планетарная передача называется дифференциалом?

5. Какой принцип применяют при выводе формулы для определения передаточного числа планетарной передачи?

6. В чем заключаются условия соосности, сборки и соседства планетарных передач?

#### Карточки-задания

Определить передаточное число механизма и частоту вращения выходного вала *II* на основе исходных данных табл. 3.8.

Таблица 3.8

	Число зубьев				Частота вращения						
Вариант	7.	70	70	7.	7.	7.	<i>n</i> <sub>1</sub>	<i>n</i> <sub>3</sub>	$n_4$	<i>n</i> <sub>5</sub>	<i>n</i> <sub>6</sub>
	-1	-22	23	-4	<i>2</i> 5	26	мин <sup>-1</sup>				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	20	36	92	20	30	-	860	-	-	-	-

Окончание табл. 3.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	16	52	47	115	18	27	900	_	_	_	_
3	51	48	47	50	18	28	205	_	200	200	-
4	19	38	95	18	27	_	1450	_	_	_	_
5	50	47	46	49	20	27	600	_	_	_	_
6	52	49	48	51	-	-	720	_	-	-	-
7	100	40	20	40	18	28	250	-	50	50	-
8	80	30	20	30	20	24	960	-	-	-	-
9	20	30	80	_	_	_	600	_	_	_	_
10	20	40	20	80	-	-	550	_	-	-	-
11	30	20	25	75	_	_	1475	-	_	_	_
12	20	30	25	25	_	_	820	_	_	_	_

# Варианты

1.























9.









8.



10.







# Лабораторная работа № 3.6. Определение напряжений в эвольвентном зубе колеса при изгибе

**Цель работы:** исследовать распределение нормальных напряжений в опасном сечении эвольвентного зуба при изгибе; сравнить экспериментальные и теоретические результаты.

## Теоретическое обоснование

При расчете зуба на изгиб его рассматривают как консольную балку прямоугольного сечения размерами b, s и длиной l (рис 3.10), нагруженную сосредоточенной силой  $F_n$ , приложен-



Рис. 3.10. Схема нагружения зуба

ной к вершине зуба, действующей перпендикулярно его поверхности. Эта сила раскладывается на две составляющие: радиальную  $F_r$  и окружную  $F_t$ . Сила  $F_n$ , не перпендикулярная к оси зуба, вызывает в его сечениях напряжения изгиба и сжатия. Действительное напряженное состояние является сложным, трехосным. Для упрощения расчета пренебрегают двумя компонентами напряженного состояния, считая его одноосным. Несмотря на эти упрощения, данная методика расчета зубчатых колес на изгиб дает достаточно надежные результаты, так как допускаемые напряжения выбирают с учетом статистических данных длительного опыта эксплуатации. В процессе данной работы и представляется возможность подтвердить надежность этой методики.

## Испытательное оборудование

Для выполнения работы необходима испытательная машина типа ДМ30М (рис. 3.11), которая состоит из маховика *1*, по-



Рис. 3.11. Испытательная машина типа ДМ30М

перечины 2, ползуна 3, установочного винта 4, индикатора 5, динамометрического кольца 6, испытуемого зуба 7, стола 8, винта нагружения 9, червячного редуктора 10, маховичка 11, зубчатой передачи 12.

Испытуемый зуб — это крупная модель зуба (m = 40 мм, b = 10 мм), изготовленная из дюралюминия с наклеенными у основания ножки тензодатчиками. Для работы необходим также автоматический измеритель деформации АИД — регистрирующий электрический прибор для измерения неэлектрических величин.

#### Порядок выполнения работы

1. Рассчитать номинальные напряжения в крайних точках A и B опасного сечения по известным параметрам зуба: m, b, s, a, h, E и заданной силе нагружения  $F_n$ :

$$\sigma_A = \frac{F_t}{bm\cos\alpha} \left(\frac{m\sin\alpha'}{s}\right);$$
  
$$\sigma_B = \frac{F_t}{bm\cos\alpha} \left(\frac{m\sin\alpha'}{s}\right),$$

где  $\alpha$  — угол зацепления, у нормального зуба  $\alpha = 20^{\circ}$ ;  $\alpha'$  — угол между силами  $F_t$  и  $F_n$  несколько больший, чем  $\alpha$ ;  $F_t = F_n \cos\alpha'$  — окружная сила;  $F_r = F_n \sin\alpha$  — радиальная сила.

2. Вычертить схему нагружения зуба, построить эпюры нормальных напряжений сжатия, изгиба и суммарную эпюру. Сопоставить значения напряжений от радиальной и окружной силы.

3. Нагрузить зуб 7 силой, равной заданной при теоретических расчетах, снять с помощью регистрирующего прибора показания всех датчиков до и после нагружения образца.

4. Определить опытным путем значения напряжений в различных точках сечения по формуле

$$\sigma = E\varepsilon = \Delta \Pi$$
,

где  $\Delta \Pi$  — приращение показаний датчиков;  $E = 7 \cdot 10^5 \text{ M}\Pi \text{a}$  — модуль упругости дюралюминия.

5. Построить эпюру распределения напряжений по толщине сечения зуба и нанести на нее расчетные напряжения  $\sigma_A$  и  $\sigma_B$ .

6. Сопоставить значения напряжений, вычисленные по теоретической формуле, с напряжениями, определенными экспериментальным путем, и оценить погрешность; сопоставить напряжения в растянутой и сжатой зонах образца и пояснить, почему расчет выполняют для менее напряженной растянутой зоны.

## Отчет по работе

Представить отчет в следующей форме.

1. Схема нагружения зуба (см. рис. 3.10).

2. Таблица распределения напряжений в зубе (табл. 3.9).

Таблица 3.9

Напряжения в точках эвольвентного зуба

Царрузка	Показания датчиков. П									
пагрузка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$F_n = 0$ $F_n = 5000$ H ΔΠ σ, ΜΠα										

## Контрольные вопросы

1. Какие допущения принимают при расчете зубьев на изгиб?

2. Почему шестерню делают из более прочного материала, чем колесо?

3. Почему эвольвентное зацепление имеет преимущественное применение?

4. Каковы причины выхода из строя зубчатых передач? По каким напряжениям производится расчет их зубьев на прочность?

## Карточки-задания

## Вариант 1

1. Назовите достоинства зубчатых передач в сравнении с другими передачами.

2. Как изменится сила в зацеплении, если при том же вращающим моменте  $T_1$  на шестерне уменьшить межосевое расстояние  $a_w$ ?

3. Дайте определения шага и модуля зубьев.

4. Почему ножка зуба подвержена большому износу, чем головка?

5. Что такое усталостное выкрашивание рабочих поверхностей зубьев? В каких передачах оно наблюдается.

## Вариант 2

1. Какая окружность в зубчатой передаче называется основной?

2. Приведите формулы для определения вращающего момента. Какова размерность момента?

3. Объясните принципиальное различие между начальной и делительной окружностями. Когда эти окружности совпадают?

4. Какие силы возникают в зацеплении прямозубой цилиндрической передачи?

5. Назовите основные виды расчетов зубчатых передач, применяемые в настоящее время.

#### Вариант 3

1. Назовите основные элементы геометрии прямозубого цилиндрического колеса.

2. Какие силы возникают в косозубой цилиндрической передаче?

3. По каким причинам выходят из строя зубчатые передачи?

4. От каких факторов зависит коэффициент формы зуба  $Y_F$ ?

5. Назовите степени точности изготовления зубчатых колес. Какие из них применяются для передач общего машиностроения?

#### Вариант 4

1. Приведите формулы для определения передаточного числа конической передачи.

2. Что такое подрезание зубьев и при каких условиях оно возникает?

3. Что следует предпринять, чтобы повысить КПД зубчатой передачи?

4. По какой характеристике прочности материала определяют  $\sigma_{HP}$  (допускаемые контактные напряжения)?

5. Для каких колес и почему вводится при расчете на прочность коэффициент 0,85?

#### Вариант 5

1. Почему в современном машиностроении в основном применяют эвольвентное зацепление?

2. Каким должен быть стандартный исходный профиль рейки эвольвентного зацепления?

3. Как бороться с явлением задира в зубчатых передачах?

4. Что учитывают коэффициенты нагрузки  $K_{H\beta}$  и  $K_{H\gamma}$ ?

5. Назовите основные элементы геометрии косозубого колеса.

#### Вариант 6

1. Что такое дуга, длина и угол зацепления, коэффициент перекрытия?

2. Расчетные элементы конического зубчатого колеса.

3. Приведите определение передаточного числа и передаточного отношения.

4. Направление каких сил, возникающих в зацеплении конических колес, зависит от направления вращения колес?

5. Объясните, почему при работе зубчатой пары с передаточным числом u = 1 напряжения изгиба  $\sigma_F$  в основании зубьев шестерни и колеса разные?

# ПРИЛОЖЕНИЕ

# Карточки-задания к практическим работам № 1.1, 2.2, 2.3

Используя приведенные схемы, выполнить задания по вариантам.



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1.7,1 2.6 3.3,9 4.0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 10,3 2. 20,3 3. 18,1 4. 6,9		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, опре- делить поперечную силу Q в точках C, D, B. Ре- зультат ввести в машину в кН	1. 0 26,1 3. 3,9 4. 4	$ \begin{array}{c} -6,1 \\ -12 \\ 12 \\ 0 \end{array} $	0 0,48 -12 12
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точ- ках <i>C</i> , <i>B</i> , <i>D</i> . Результат ввести в машину, кН·м	15 21,1 32 4. 1,1	-12 -2 12 -4,8	-10 0 12 1
5. Определить максимальный изгибающий момент $M_{\text{max}}$ по модулю, к $\mathbf{H}$ ·м	1.6 2.1,52	3. 4,8 4. 3.6	

#### Вариант 2



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1.5 2.7 3.12 45		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 12 2. 7 3. 5 412		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в точках <i>2</i> , <i>3</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1. 0 2. 7 3. 5 45	5 0 -5 -5	-5 5 7 7
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>5</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1.0 2.0 3.10 4.10	14 20 10 20	20 10 20 0
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 26,25 2. 20 3. 30 4. 10		

Вариант 3



Вопросы	Ответы
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	10,9 2. 3,2 30,38 40,4
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 11 2. 22,1 3. 18 4. 3,8
3. Построить эпюру поперечных сил $Q$ , опре- делить поперечную силу $Q$ в точках $I$ , $2$ , $4$ . Ре- зультат ввести в машину, кН	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

Вопросы	Ответы			
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точ- ках <i>1</i> , <i>2</i> , <i>3</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1.0 2.0,4 33 4.5	$     \begin{array}{c}       2 \\       -3 \\       0 \\       4     \end{array} $	$     \begin{array}{r}       10 \\       -2 \\       -7 \\       3     \end{array} $	
5. Определить максимальный изгибающий момент $M_{\max}$ (по модулю), кН·м	1. 3 2. 10,2 3. 7 4. 10			



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 8 2. 9,15 3. 15,1 4. 0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 7,12 2. 38,2 3. 94,15 4. 30		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, опре- делить поперечную силу Q в точках A, C, D. Результат ввести в машину, кН	19,15 2. 11 3. 94,15 4. 0	32,3 -34,15 9,15 -23,1	25 0 40 -40
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точ- ках <i>A</i> , <i>C</i> , <i>B</i> . Результат ввести в машину, кН·м	110 29,15 3. 0 48	-18,3 -16 -40 18	-40 -32 0 50
5. Определить максимальный изгибающий момент <i>M</i> <sub>max</sub> (по модулю), кН·м	1. 18,3 2. 40 3. 38 4. 42		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 6 2. 3,9 3. 7,1 4. 0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 18,1 2. 16,9 3. 0 4. 20,3		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в точках <i>A</i> , <i>C</i> , <i>D</i> . Результат ввести в машину, кН	16,1 2. 3,9 3. 0 44	12 0 -6,1 -12	-12 0,48 0 12
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точ- ках <i>C</i> , <i>B</i> , <i>D</i> . Результат ввести в машину, кН·м	11,1 2. 1,1 3. 0 46	12 -12 2 -4,8	8 12 0 1,1
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН-м</li> </ol>	1. 4,8 2. 1,52 3. 3,6 4. 6		

# Вариант б



Вопросы	Ответы
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 24 2. 17 3. 0
	4. 42

Вопросы		Ответы			
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 44 2. 22 3. 2 4. 28				
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1. 17 2. 24 3. 0 47	$     \begin{array}{c}       -2 \\       0 \\       2 \\       0     \end{array} $	22 -22 17 0		
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН·м	1. 20 2. 0 3. 17 417	22 -22 20 -20	22 -22 0 -40		
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 20,36 2. 20 3. 38 4. 17				



Вопросы	Ответы		
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1.0 2.11,38 3.21,4 4.21,8		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 0,28 2. 32,4 3. 21,62 4. 0,4		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в сечениях <i>l</i> , <i>2</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1. 11,38 2. 0 3. 15 4. 12,1	-4,5 -9,63 8,4 12	0 12 -12 21,62
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках <i>1</i> , <i>2</i> , <i>3</i> . Результат ввести в машину, кH·м	1.0 2 3 4	-12 4,32 1,32 0	32 -8,4 0 -12
Вопросы	Ответы		
---	---------		
5. Определить максимальный изгибающий	1. 15		
момент $M_{\text{max}}$ (по модулю), кН·м	2. 38,1		
	3. 8,4		
	4. 4,32		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 0 2. 22 3. 12 4. 17		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 22 2. 17 3. 0 4. 13		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в точках 1, 3, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 0 2. 17 322 4. 3	0 -17 2 22	$     \begin{array}{c}       17 \\       0 \\       -22 \\       3     \end{array} $
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН·м	1.0 2.17 3.20,2 4.20	17 20 0 22	22 0 -17 20
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН⋅м</li> </ol>	1. 17 2. 20,2 3. 3 4. 22		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1.4 2.6 3.3 4.0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	14 26 3. 6 4. 0		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в точках 2, 4, 5. Результат ввести в машину, кН	14 2. 2 3. 0 44	$     \begin{array}{r}       -6 \\       -4 \\       6 \\       6     \end{array} $	0 6 -6 6
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точ- ках 2, 3, 5. Результат ввести в машину, кН·м	18 2. 4 3. 0 4. 0	-16 -12 -16 16	0 0 -12 0
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 16 2. 40 3. 8 4. 12		

Вариант 10



Вопросы	Ответы		
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 3,2 2. 7,25 38 4. 6,3		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 66,05 2. 32 3. 78 4. 0		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в точках A, C, D. Результат ввести в машину, кН	13,6 27,25 3. 0 4. 7,8	-7,8 0 4,2 -7,25	-30 30 0 24,6

Вопросы		Ответы	
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точ- ках <i>A</i> , <i>B</i> , <i>C</i> . Результат ввести в машину, кН-м	14 2. 0 3. 0 4. 0	-7,25 -11,6 8 -3,2	21 -38,1 -34 -25,42
5. Определить максимальный изгибающий момент <i>М<sub>max</sub></i> (по модулю), кН·м	1. 11,6 2. 32 3. 25,4 4. 20		



Вопросы	Ответы		
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 16,2 2. 8,8 3. 12,8 4. 19		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 16,2 2. 12,8 3. 8,8 4. 19		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, опре, ках 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН	делить попе	речную силу	<i>Q</i> в точ-
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН·м	120 250 3. 50 4. 0	-15,2 -15,2 15,2 -50	50 -20 -20 -16,2
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 50 2. 120 3. 128 4. 20		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 4,2 2. 5,2 312,78 4. 6,3		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 38,3 2. 0 3. 72,2 4. 53,2		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях l, 2, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 0 25,2 34 4. 4	-5,2 0 5,2 0,32	-35 35 -20 42
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>2</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 5,21 2. 0 3. 3,1 45,2	19,4 -9,4 0 41,3	0 -19,4 36 19,4
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН⋅м</li> </ol>	1. 9,4 2. 19,4 3. 20,3 4. 21		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 19,25 2. 14,85 3. 0 412,35		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 0 2. 22,15 310,5 4. 18,25		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 14,85 2. 19,25 3. 0 4. 12,85	0 -1,35 5,15 2,85	-22,15 18,25 0 22,15
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>2</i> , <i>3</i> . Результат ввести в машину, кH·м	1. 0 2. 2,3 3. 12,2 4. 14,85	18 20,6 0 -14,85	0 19,3 20,6 6,9
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН-м</li> </ol>	1. 32,3 2. 15,2 3. 25,4 4. 19,35		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 23,77 2. 0 3. 8,43 4. 25		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 23,77 2. 0 3. 8,43 4. 25		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН	123,7 2. 0 3. 8,43 4. 10	8,43 -23,7 0 -8,43	0 23,7 8,43 -23,7

Вопросы		Ответы	
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 0 2. 1,6 310,7 425	25 -25 -10,74 1,6	-25 0 25 10,74
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН⋅м</li> </ol>	1. 10,74 2. 25 3. 1,6 4. 30		

Вариант 15



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 11,9 2. 38 3. 0 4. 90		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 0 2. 93,9 3. 26,1 4. 12		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях I, 2, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 0 211,9 3. 33,9 4. 11,9	-33,9 0 -11,9 60	38 93,9 -38 0
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 0 2. 11,9 326,1 4. 38	-11,9 -26,1 -38 0	-38 -11,9 0 -26,1
<ol> <li>Определить максимальный изгибающий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН⋅м</li> </ol>	1. 26,1 2. 38 3. 0 4. 49,08		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 19,25 2. 14,85 3. 0 412,35		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 22,15 2. 0 3. 18,25 410,5		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 14,48 2. 0 3. 19,25 4. 12,35	1,35 0 2,85 5,15	18,25 -22,15 22,15 0
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 0 2. 12,2 3. 2,3 4. 14,8	-14,85 20,6 0 18	0 19,3 20,6 6,9
5. Определить максимальный изгибающий момент <i>М<sub>max</sub></i> (по модулю), кН·м	1. 32,3 2. 15,2 3. 25,4 4. 19,3		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 10 2. 41 3. 40 4. 0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 1 2. 41 3. 0 4. 10		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в точках 1, 2, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 1 2. 41 3. 0 410	40 0 1 10	$     \begin{array}{c}       -1 \\       0 \\       1 \\       -41     \end{array} $
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 0 2. 33,6 3. 1 4. 0,9	0,9 2 33,6 34,1	1 0 -0,9 -2
<ol> <li>Определить максимальный изгибаю- щий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 33,6 2. 34,1 3. 0 4. 0,9		·

Вариант 18



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 0 2. 10,2 3. 2,6 4. 3,4		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 45,1 2. 3,2 3. 0 4. 2,6		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , оп- ределить поперечную силу <i>Q</i> в сечениях <i>I</i> , <i>2</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1. 2,6 2. 0 32,6 422,1	-22,1 -2,6 0 23	23 -22,1 -23 0

Вопросы		Ответы	
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кH·м	1. 0 22,3 3. 23 418,4	18,4 0 -18,4 23	-2,34 18,4 0 2,34
5. Определить максимальный изгибающий момент $M_{\rm max}$ (по модулю), кН·м	1. 2,34 2. 18,4 3. 23 4. 22,1		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 28,4 2. 0 3. 14,18 4. 32,6		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 2,4 2. 32 3. 27,82 4. 0		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях 1, 2, 4. Результат ввести в машину, кН	1. 0 2. 14,18 39 414	-9,82 0 -16 9,82	14,2 0 18 28
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>M</i> . Определить изгибающий момент <i>M</i> в точках <i>1</i> , <i>2</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН·м	13 2. 0 3. 2,61 410	2,3 -7,2 7,2 -18	18 0 -18 -4,2
5. Определить максимальный изгибающий момент <i>М<sub>max</sub></i> (по модулю), кН·м	1. 5,09 2. 7,2 3. 2,61 4. 3,4		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 10,2 2. 2,6 3. 3,4 4. 0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 0 2. 45,1 3. 3,2 4. 2,6		
3. Построить эпюру поперечных сил Q, оп- ределить поперечную силу Q в сечениях I, 2, 4. Результат ввести в машину, кН	12,6 2. 0 32,6 422,1	-22,1 -2,6 0 23	23 -22,1 -23 0
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках 2, 3, 4. Результат ввести в машину, кН·м	1. 0 22,34 3. 23 418,4	18,4 0 -18,4 23	-23,4 18,4 0 2,34
5. Определить максимальный изгибающий момент <i>М<sub>max</sub></i> (по модулю), кН·м	1. 2,34 2. 18,4 3. 23 4. 22,1		



Вопросы	Ответы		
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 7,3 2. 22,7 3. 0 4. 12,3		

Вопросы		Ответы	
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 32,5 2. 15,3 3. 0 4. 18,2		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в сечени- ях <i>1</i> , <i>2</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1.7,2 212,5 3.0 4.22,7	32,5 0 20 -12,5	20 12,5 8,25 0
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 8,16 2. 0 3. 12 4. 20	-11,5 8,16 -12 0	0 12 8,16 -12
<ol> <li>Определить максимальный изгибаю- щий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 11,2 2. 8,16 3. 12 4. 20		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 6,96 2. 13,02 3. 10 4. 0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	140,18 2. 17,98 3. 0 4. 27,15		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в сечени- ях <i>I</i> , <i>2</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1. 2,6 27,97 3. 8,17 4. 13,03	-10 -8,17 10 -7,97	7 10 -10 5
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках <i>I</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кН-м	1.0 2.6,96 3.3,8 4.0,3	-5 10 5 6,96	-10 3,8 -5 10

Вопросы		Ответы	
5. Определить максимальный изгибаю- щий момент $M_{\max}$ (по модулю), кН·м	1. 10 2. 6,96 3. 3,8 4. 0		



Вопросы		Ответы	
1. Определить реакцию <i>R<sub>A</sub></i> , кН	1. 2,6 2. 15 3. 20,2 4. 0		
2. Определить реакцию <i>R<sub>B</sub></i> , кН	1. 2,6 2. 2,22 3. 0 4. 10		
3. Построить эпюру поперечных сил <i>Q</i> , определить поперечную силу <i>Q</i> в сечени- ях <i>2</i> , <i>3</i> , <i>4</i> . Результат ввести в машину, кН	1. 2,6 27,2 3. 15 4. 0	-15 2,6 0 -7,2	15 -15 -7,2 0
4. Построить эпюру изгибающих моментов <i>М</i> . Определить изгибающий момент <i>М</i> в точках <i>1</i> , <i>3</i> , <i>2</i> . Результат ввести в машину, кН·м	1. 1,61 2. 0 3. 0,24 4. 4,5	0 1,61 4,5 -4,5	4,5 1,61 0 -1,61
<ol> <li>Определить максимальный изгибаю- щий момент M<sub>max</sub> (по модулю), кН·м</li> </ol>	1. 1,6 2. 4,5 3. 0,24 4. 10		

## ЛИТЕРАТУРА

*Анурьев, В.И.* Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т. / В.И. Анурьев. М., 2001. Т. 2.

Аркуша, А.И. Техническая механика /А.И. Аркуша. М., 1989.

Березовский, Ю.Н. Руководство по проведению лабораторных работ по технической механике / Ю.Н. Березовский, Д.В. Чернилевский. М., 1979.

ГОСТ 1.105-95. Общие требования к текстовым документам. М., 1995. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические. Расчет на прочность. М., 1988.

*Дунаев, П.Ф.* Конструирование узлов и деталей машин / П.Ф.Дунаев, О.П. Леликов. М., 2007.

Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. М., 1986. Фролов, М.И. Техническая механика. Детали машин / М.И. Фролов. М., 1990.

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие
Культура труда и требования безопасности
РАЗДЕЛ 1. <b>ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА</b>
<i>Лабораторная работа № 1.1.</i> Расчетные схемы балок и определение реакций их опор
Теоретическое обоснование (6). Испытательное оборудование (9). Отчет по работе (10). Контрольные вопросы (11). Карточки- задания (11).
Практическая работа № 1.1. Решение задач на равновесие
Теоретическое обоснование (13). Методическое обеспечение (15). Примеры расчета (16). Литература (20). Контрольные вопросы (20). Карточки-задания (20).
Лабораторная работа № 1.2. Определение центра тяжести плоских фигур
Теоретическое обоснование (26). Испытательное оборудование (28). Порядок выполнения работы (28). Отчет по работе (30). Контрольные вопросы (31). Карточки-задания (31).
Практическая работа № 1.2. Определение координат центров тяжести сложных и составных сечений
Теоретическое обоснование (32). Методическое обеспечение (33). Порядок выполнения работы (33). Примеры расчета (34). Литература (38). Контрольные вопросы (38).
Лабораторная работа № 1.3. Определение коэффициента трения скольжения
Теоретическое обоснование (39). Определение коэффициента трения скольжения на наклонной плоскости (42). Определение коэффициента трения скольжения на горизонтальной плоскости (44). Контрольные вопросы (46). Карточки-задания (47).
Лабораторная работа № 1.4. Определение коэффициента трения качения
Теоретическое обоснование (51). Испытательное оборудование (54). Порядок выполнения работы (55). Отчет по работе (55). Контрольные вопросы (56).

Лабораторная работа №1.5. Определение мощности на валу электродвигателя
Теоретическое обоснование (56). Испытательное оборудование (57). Порядок выполнения работы (58). Отчет по работе (59). Контрольные вопросы (59). Карточки-задания (60).
Лабораторная работа № 1.6. Статическая балансировка деталей61
Теоретическое обоснование (61). Испытательное оборудование (62). Порядок выполнения работы (63). Отчет по работе (64). Контрольные вопросы (64).
Лабораторная работа № 1.7. Определение моментов инерции твердых тел
Теоретическое обоснование (65). Испытательное оборудование (68). Порядок выполнения работы (70). Отчет по работе (70). Контрольные вопросы (71).
РАЗДЕЛ 2. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
Лабораторная работа № 2.1. Испытание материалов на растяжение72
Теоретическое обоснование (72). Форма и размеры образцов (72). Испытательное оборудование (73). Порядок выполнения работы (80). Обработка результатов испытания (80). Отчет по работе (81). Контрольные вопросы (82).
Лабораторная работа № 2.2. Испытание на сжатие образцов из пластичных и хрупких материалов
Теоретическое обоснование (84). Форма и размеры образцов (85). Испытательное оборудование (85). Порядок проведения испытания (86). Отчет по работе (88). Контрольные вопросы (89). Карточки- задания к лабораторным работам № 2.1, 2.2 (90).
Практическая работа № 2.1. Расчет на прочность при растяжении – сжатии
Теоретическое обоснование (93). Методическое обеспечение (96). Задачи (97). Литература (102). Контрольные вопросы (102). Карточки-задания (103).
Лабораторная работа № 2.3. Определение модуля продольной упругости
Теоретическое обоснование (107). Форма и размеры образцов (108). Испытательное оборудование (109). Порядок выполнения работы (113). Обработка результатов испытаний (114). Отчет по работе (114). Контрольные вопросы (116).

Лабораторная работа № 2.4. Определение коэффициента Пуассона.... 116

Теоретическое обоснование (117). Форма и размеры образцов (117). Испытательное оборудование (117). Порядок выполнения работы (120). Обработка результатов испытания (121). Отчет по работе (122). Контрольные вопросы (122).

Теоретическое обоснование (123). Порядок проведения испытания (124). Отчет по работе (125). Контрольные вопросы (126). Карточкизадания (126). Лабораторная работа № 2.6. Испытание на кручение стального Теоретическое обоснование (129). Порядок выполнения работы (131). Отчет по работе (131). Контрольные вопросы (133). Карточкизадания (134). Лабораторная работа № 2.7. Определение осадки цилиндрической винтовой пружины......137 Теоретическое обоснование (137). Испытательное оборудование (138). Порядок проведения работы (139). Отчет по работе (140). Контрольные вопросы (143). Карточки-задания (143). Лабораторные работы № 2.8, 2.9. Определение прогибов и углов поворота сечений балок при плоском изгибе ......146 Теоретическое обоснование (146). Лабораторная работа № 2.8. Определение деформации балки Теоретическое обоснование (152). Порядок проведения работы (155). Отчет по работе (155). Контрольные вопросы (158). Лабораторная работа № 2.9. Определение деформаций консольной балки при плоском изгибе......158 Методика выполнения работы (158). Отчет по работе (160). Контрольные вопросы (162). Лабораторная работа № 2.10. Определение напряжений в поперечном сечении балки при прямом изгибе......163 Теоретическое обоснование (163). Испытательное оборудование (164). Порядок выполнения работы (165). Обработка результатов испытаний (166). Отчет по работе (166). Контрольные вопросы (167). Практические работы № 2,2, 2,3. Построение эпюр поперечных сил

Теоретическое обоснование (168). Методическое обеспечение (169). Порядок выполнения работы (169). Пример расчета (170). Отчет по работе (172). Литература (172). Контрольные вопросы (172). Карточкизадания (173).

Лабораторная работа № 2.11. Испытание материалов при напряжениях, переменных во времени177
Теоретическое обоснование (177). Испытательное оборудование (180). Форма и размеры образцов (182). Порядок выполнения работы (182). Отчет по работе (183). Контрольные вопросы (184). Карточки- задания (184).
Лабораторная работа № 2.12. Определение критической силы сжатого стержня
Теоретическое обоснование (187). Испытательное оборудование (189). Порядок проведения работы (189). Отчет по работе (190). Контрольные вопросы (191). Карточки-задания (192).
РАЗДЕЛ 3. <b>ДЕТАЛИ МАШИН</b> 195
Лабораторная работа № 3.1. Составление кинематических схем механизмов
Теоретическое обоснование (196). Испытательное оборудование (199). Порядок выполнения работы (199).
Практическая работа № 3.1. Кинематический и силовой расчет механических передач200
Теоретическое обоснование (201). Методическое обеспечение (202). Порядок выполнения работы (202). Пример расчета (204). Отчет по работе (205). Литература (206). Контрольные вопросы (206). Карточки-задания (207).
Лабораторная работа № 3.2. Определение геометрических параметров зубчатых колес по их замерам214
Теоретическое обоснование (214). Порядок выполнения работы (216). Отчет по работе (217). Контрольные вопросы (217). Карточки- задания (218).
Лабораторная работа № 3.3. Изучение конструкции двухступенчатого цилиндрического редуктора и определение параметров зацепления219
Теоретическое обоснование (219). Описание редуктора (221). Порядок выполнения работы (223). Отчет по работе (224). Контрольные вопросы (226). Карточки-задания (226).
Лабораторная работа № 3.4. Изучение конструкции червячного редуктора и определение параметров зацепления

Приложение	
Литература	

Учебное издание

Соколовская Вера Павловна

#### ТЕХНИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

#### Лабораторный практикум

#### Пособие

Редактор Е.В. Савицкая Художественный редактор В.А. Ярошевич Технический редактор Н.А. Лебедевич Корректор Е.В. Савицкая Компьютерная верстка Н.В. Шабуни

Подписано в печать 23.08.2010. Формат 84×108/32. Бумага офсетная. Гарнитура «Нимбус». Офсетная печать. Усл. печ. л. 14,28. Уч.-изд. л. 12,5. Тираж 750 экз. Заказ 2562.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство "Вышэйшая школа"». ЛИ № 02330/0494062 от 03.02.2009. Пр. Победителей, 11, 220048, Минск. E-mail: info@vshph.by Http://vshph.by

Филиал № 1 открытого акционерного общества «Красная звезда». ЛП № 02330/0494160 от 03.04.2009. Ул. Советская, 80, 225409, Барановичи.

#### Соколовская, В.П.

С59 Техническая механика. Лабораторный практикум: пособие / В. П. Соколовская. – Минск : Выш. шк., 2010. – 270 с. : ил.

ISBN 978-985-06-1878-8.

Представлены лабораторные и практические работы по дисциплине «Техническая механика». Содержит теоретическое обоснование, описание лабораторного оборудования, порядок выполнения лабораторных работ, оформление отчета, контрольные вопросы и карточкизадания, алгоритмы и примеры расчета задач.

Для учащихся средних специальных учебных заведений технического профиля. Может быть полезно преподавателям и студентам технических вузов.

> УДК 621.01:531.8(076.5)(075.32) ББК 30.12я723